

Hommage à Pierre Malgrange¹

Pierre Malgrange est décédé le 13 mars 2020. Souhaitant rendre hommage à cet ami perdu, nous avons voulu associer son parcours à l'aventure que fut celle du développement de la modélisation macroéconomique en France.

Après une maîtrise en mathématiques obtenue à Orsay en 1964, Pierre suivit les enseignements du CEPE l'année universitaire 1966–1967. L'année est importante : en 1966 Philippe Herzog et Gaston Olive proposaient la première version de Zogol², premier modèle macroéconomique français. En 1965 avait été créée la Direction de la Prévision.

Il y a plus de 50 ans, le monde des économistes bouillonnait. Les échos de la Crise des années 1930 étaient présents, associés aux peurs du chômage et de l'instabilité, alors même que le taux de chômage était très faible et que la croissance était là. Associée à ces échos la pensée de Keynes attirait. Des modèles de croissance néoclassiques étaient disponibles. La microéconomie apprenait à raisonner en termes d'équilibre, d'optimum, et suscitait en particulier l'émergence du calcul économique. Des réinterprétations du marxisme étaient en cours.

Mais avec le développement de la comptabilité nationale et de l'économétrie la construction de modèles estimés allait permettre de mieux comprendre et conseiller, de quantifier, de trancher. Ce programme en passionna beaucoup. Pierre s'y associa très tôt, au terme de sa formation. Il le fit dans le cadre du Cermap qui, réuni au Ceprel, devint le Cepremap. Il peut être intéressant de rappeler qu'alors il s'agissait du *Centre d'études prospectives et d'économie mathématique associé à la planification*.

La densité de son parcours contraint à une sélection. Nous avons ici choisi d'en présenter quelques accents remarquables, représentatifs de ce qu'il fut, un économiste créatif, qui a accompagné le développement d'une profession en l'attirant le plus possible dans le camp de la rigueur.

I. Fil conducteur

L'originalité de l'approche de Pierre Malgrange fut d'appliquer des méthodes mathématiques, développées par ou pour les ingénieurs pour l'analyse des systèmes dynamiques, aux modèles macroéconométriques, qui peuvent s'exprimer sous la forme :

$$F(\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{x}_t) + \boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{0} \quad (1)$$

\mathbf{y}_t est le vecteur des n variables endogènes, \mathbf{x}_t celui des exogènes, F un vecteur de n fonctions, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ celui des chocs stochastiques. Chaque équation a un sens économique, comportement ou relation comptable. Cette forme dite structurelle peut être réécrite sous d'autres formes, certaines plus appropriées à des traitements mathématiques ou informatiques précis, telle la représentation en variables d'état (cf. l'équation 2 plus bas).

1. Cet hommage a été écrit par Jean-Pierre Laffargue (jean-pierre.laffargue@orange.fr) et Pierre Morin (pmreco@sfr.fr). Ils tiennent à remercier Raouf Boucekkine et Guy de Monchy pour leurs réactions très constructives à une première version de ce texte.

2. Philippe Herzog et Gaston Olive (1968), « L'élaboration des Budgets Économiques », *Études et conjoncture - Institut national de la statistique et des études économiques*, 8 : 3-30 (surtout la troisième partie, « Les budgets exploratoires »).

Il maîtrisa instantanément cette confluence entre sa formation mathématique à Orsay, et ce qu'il apprit après de la modélisation économique, un ouvrage représentatif des connaissances de l'époque étant le livre d'économétrie d'Edmond Malinvaud, qu'il avait étudié au CEPE³.

Directeur de Recherches au CNRS, souhaitant participer à une recherche économique proche des enjeux sociaux, il mit ses talents au service de l'administration économique, là où les opinions et les recommandations s'affrontent, non loin de lieux où sont prises des décisions, sous la surveillance de la multitude des courants politiques qui traversent notre pays.

Il résulta de ce positionnement une connaissance ayant peu d'égaux, constamment actualisée, des théories des politiques économiques.

2. Au tournant des années 1960 et 1970 : Plan, Budgets Économiques, l'opération Optimix

Il n'est pas aisé de restituer ce qu'était le Commissariat général du plan du début des années 1970. Le contexte n'était plus celui des pénuries, une certaine confiance dans les mécanismes de marché émergeait, et parallèlement s'opérait une désaffection de bien des économistes français pour le marxisme⁴ : l'illusion planiste se dissipait. Le CGP demeurait cependant l'endroit où étaient débattus, au bénéfice de responsables de très haut niveau⁵, à partir d'expertises économiques⁶, les problèmes d'une économie française ambitieuse.

En particulier une question fort discutée de la fin des années 1960 à la moitié des années 1970 fut : comment assurer une compatibilité entre les objectifs du V^e ou du VI^e Plan, fixés respectivement pour les années 1970 et 1975, et les décisions des lois de finances, prises chaque année et dont les implications économiques, qui figurent dans les Budgets Économiques, ne sont calculées que pour un horizon court ? Mais la réalisation du Plan, élaboré conditionnellement à un environnement économique prévu, ne se révélait que peu à peu et pouvait différer notablement de ce qui avait été

3. L'ouvrage d'Edmond Malinvaud, *Méthodes statistiques de l'économétrie*, dont l'édition de 1969 est « une révision relativement substantielle du texte de 1964 », n'est en rien un ouvrage exclusivement statistique : il est l'œuvre d'un économiste qui pense les outils qu'il présente de ce dernier point de vue. Pour ne prendre qu'un exemple l'ambitieux chapitre sur l'identification, le chapitre 18 dans l'édition de 1969, avec la dualité « forme structurelle-forme réduite » était particulièrement bien préparé à accueillir les critiques de Sims et de Lucas, développées près de vingt ans plus tard, pour n'évoquer que ces deux aspects. C'était, nous le croyons, le cas de Pierre.

4. Sur ce point, cf. l'hommage rendu à Jean Bénard par Edmond Malinvaud, *Lettre de l'AFSE*, 1992. L'intérêt pour la théorie économique marxiste était illustré (entre autres) par le livre de Michio Morishima, *Marx's economics, a dual of value and growth*, Cambridge University Press, 1973, et celui de Gérard Maarek, *Introduction au « Capital » de Karl Marx*, avec une préface d'Edmond Malinvaud, Calmann-Lévy, 1975.

5. Parmi eux Yves Ullmo, présenté par Roger Guesnerie et Pierre Malgrange dans le numéro 24(5) 1973 de la *Revue économique* (cf. p. 801) comme celui « qui les a encouragés à tous les stades de l'étude ».

6. La France avait une longue tradition d'ingénieurs économistes de haut niveau : à la fin des années soixante on peut citer par exemple Marcel Boîteux, Jacques Lesourne, Edmond Malinvaud, René Roy. L'Université avait aussi des experts de l'économie formalisée et de l'économétrie, tels Claude Fourgeaud, Alain Nataf et Jean Bénard, qui fut à notre connaissance le premier économiste en France à introduire le concept de fonction-objectif de l'État dès la moitié des années 1960. Ces personnes formèrent de jeunes économistes qui joueront un rôle essentiel dans la modernisation de l'administration, avec le soutien de hauts fonctionnaires ouverts au développement des méthodes quantitatives. On peut citer parmi eux Claude Gruson, ou Yves Ullmo au Commissariat Général du Plan qui initia largement l'opération Optimix et qui joua un rôle majeur dans sa promotion.

anticipé. Pierre Malgrange aborda ce problème dans le cadre de l'optimisation de modèles dynamiques stochastiques. Ce fut l'opération Optimix. Avec Michel Deleau et Roger Guesnerie il posait le problème dans les termes du contrôle optimal linéaire-quadratique, technique utilisée par les ingénieurs et introduite en économie par Theil (1961)⁷. Ce problème de contrôle se présente comme l'association d'un modèle dynamique stochastique linéaire et d'une fonction-objectif de l'État quadratique. Soit s_t l'état de l'économie dans l'année t : son évolution est décrite par le modèle linéaire⁸ :

$$s_{t+1} = As_t + Bu_t + Cw_{t+1}, t = 0, 1, 2, \dots, 4 \quad (2)$$

u_t (le vecteur de contrôle) est l'ensemble des instruments de politique économique et sociale de l'État, qui constate l'état courant de l'économie et souhaite l'altérer pour l'année suivante, Bu_t représente le résultat de son action, B étant la matrice des multiplicateurs.

w_{t+1} est le processus de chocs stochastiques affectant l'économie, C est la matrice des multiplicateurs d'aléas⁹.

La fonction-objectif de l'État s'écrit :

$$U = E\left\{\sum_{t=0}^4 \beta^t (r's_t + s'_t R s_t + q'u_t + u'_t Q u_t) + \beta^5 (r'_5 s_5 + s'_5 R_f s_5)\right\} \quad (3)$$

β est le facteur d'escompte de l'État, déduit du taux d'actualisation du Plan, un choix politique central de celui-ci¹⁰.

La fonction-objectif, calculée sur une période de cinq ans, inclut toutes les variables (d'état de l'économie et des instruments) par un terme linéaire *et* un terme quadratique.

r, q, r_f, R, Q, R_f sont les vecteurs et matrices de constantes, qui paramètrent la fonction objectif, et donneront ses valeurs aux composantes de son gradient, c'est-à-dire à sa sensibilité à la variation de chacune des variables .

Une hypothèse essentielle du problème est que quand l'État choisit l'instrument u_t , il connaît l'état initial de l'économie s_0 , les valeurs des chocs passés et courant w_1, w_2, \dots, w_t , et bien sûr ses

7. Henri Theil (1961), *Economic Forecast an Policy*, Amsterdam : North-Holland Publishing Company.

8. Pour mieux situer les premiers travaux de Pierre Malgrange dans le contexte de ses débuts il est nécessaire de rappeler qu'existait alors un grand intérêt pour la théorie de la décision, c'est-à-dire comment effectuer des choix en environnement incertain, et comment la prise en compte de la dynamique contraignait les critères possibles (espérance mathématique, maximin, minimax regret, maximum de l'espérance minimum). Les premiers travaux de Pierre Malgrange, qui sont sa thèse de doctorat et les débuts de l'opération Optimix appliquée aux dernières années du V^e Plan (Malgrange, 1970), portent sur ce thème.

9. Le passage de l'écriture du modèle sous forme structurelle à son écriture en variables d'état n'est pas simple et nous préférons ne pas l'aborder ici.

10. À la fin des années 1960 le crédit était rationné et orienté vers les projets favorisés par l'État, notamment compatibles avec les objectifs du Plan. Les taux d'intérêts bancaires n'étaient pas en conséquence des taux d'équilibre et ne pouvaient pas être utilisés pour déterminer le coût du capital dans le calcul des investissements publics. Un des rôles du Plan était de calculer un taux d'actualisation mesurant de façon plus pertinente que le marché ne le faisait alors la rareté du capital et qui pourrait être utilisé pour l'évaluation des projets d'investissements publics (cf. Lionel Stoléru (1969), « Taux d'intérêt et taux d'actualisation », *Économie et Statistique*, 5 : 3-11, et Alain Bernard (1972), « Une nouvelle évaluation du taux d'actualisation pour l'économie française », *Revue économique*, numéro spécial *La rationalisation des choix budgétaires*, 33(3) : 506-533.

décisions passées, résumées par la variable d'état s_t (qui en est une statistique exhaustive). Il ne connaît pas les valeurs des chocs futurs¹¹.

L'opération Optimix a comporté deux étapes.

2.1. Première étape : avec Fifi et Deca¹², le calcul de la fonction-objectif du VI^e Plan

L'économie française pour l'année horizon du Plan¹³ était caractérisée par un compte économique, défini comme optimal. Il revenait au CGP d'en assurer la sélection, au terme de la concertation entre décideurs, les experts y participant. La connaissance du choix final et des variantes calculées à son voisinage, permettent alors de calculer *des taux marginaux de transformation entre objectifs de l'État* : par exemple, quelle devait être la hausse de la pression fiscale et parafiscale nécessaire pour réduire le besoin de financement des administrations publiques d'un point de PIB ? On suppose alors que l'État a une fonction-objectif (formalisant ses préférences) dont les arguments incluent notamment la consommation des ménages et le solde des administrations. Il choisit alors la combinaison d'objectifs réalisable qui maximise sa fonction-objectif. À cet optimum, ces taux marginaux de transformation et ceux de substitution entre objectifs dans les préférences de l'État¹⁴ sont égaux. De cette égalité résulte le gradient de la fonction-objectif de l'État *pour l'année finale du Plan*¹⁵.

La fonction-objectif de l'État, calculée à partir des variantes du modèle statique Fifi pour l'année finale du VI^e Plan et adaptée ensuite au modèle dynamique Deca¹⁶, comprend sept premiers arguments dits du « premier type », *qui relèvent de la mesure du bien-être courant* : consommation des ménages, consommations collectives, chômage, pression fiscale et parafiscale, besoin de financement des administrations, indice des prix, « mutation » (cf. infra).

Cinq variables, mesurées en fin de période (l'année finale du VI^e Plan), sont dites du « deuxième type » : le stock de devises, le capital productif, le capital collectif, le capital logement, le capital industriel (ou appréhendé par le taux de croissance de la production industrielle, en l'absence à l'époque de séries de capital). *Elles caractérisent les conditions initiales pour l'au-delà du Plan*. Aujourd'hui on pourrait parler d'héritage transmis à qui suivra.

On note, à propos du capital industriel, qu'il est de type 2, car « c'est dans l'industrie que se trouve la clef du développement ». En effet « il n'est pas d'économie vraiment moderne et puissante qui ne s'appuie sur une industrie vivante et forte, c'est-à-dire compétitive ».

11. Une hypothèse essentielle d'Optimix est que les objectifs n'interagissent pas dans les préférences de l'État, par exemple, une élévation de la consommation des ménages de 1 % aura le même effet sur ces préférences quelle que soit la consommation publique de la même année. Les matrices R, Q, R_f de l'équation (2) sont donc diagonales.

12. Michel Aglietta et Raymond Courbis (1969), « Un outil du Plan : le modèle Fifi », *Économie et Statistique*, 1 : 45-65.

13. VI^e Plan de Développement Économique et Social (1971-1975), <https://www.strategie.gouv.fr/sites/strategie.gouv.fr/files/atoms/files/sixieme-plan-1971-1975.pdf>.

14. Cela nécessite que le nombre de variables de contrôle soit supérieur ou égal à celui des variables d'état, moins un. Sinon, on doit compléter le calcul par des hypothèses directes sur les valeurs de certains taux marginaux de substitution.

15. Ce principe exposé, le lecteur intéressé par la construction de la fonction-objectif dynamique, telle que la représente l'équation (3), pourra se reporter à Guesnerie et Malgrange (1972) et Deleau, Guesnerie et Malgrange (1973a).

16. La fonction-objectif a eu plusieurs spécifications pendant la durée de l'opération, qui s'est étendue sur plusieurs années. Nous nous référons ici à celle présentée dans Roger Guesnerie et Pierre Malgrange (1972).

À côté du chômage la fonction comporte aussi un objectif « mutation », qui mesurait le nombre d'emplois qui devrait faire l'objet d'une réallocation intersectorielle. L'une des variantes considérées pour le VI^e Plan, qui séduisait beaucoup le patronat, incluait un taux de croissance très élevé (6,5 %) qui nécessitait un redéploiement très important, et socialement coûteux, de la main-d'œuvre. Le Plan ne se préoccupait pas que de la croissance ou de la production par tête, et avait une conception bien plus large de ce qui fait le bien-être des Français.

2.2. Deuxième étape : avec Deca¹⁷, l'application à un modèle dynamique stochastique

Les ambitions d'Optimix étaient devenues accessibles car, au modèle de moyen terme statique de l'Insee, Fifi, s'était adjoint à la Direction de la Prévision un modèle dynamique annuel, Deca, qui était utilisé pour la préparation des Budgets Économiques. Il fut nécessaire d'en calculer une approximation linéaire au voisinage d'une trajectoire convergeant en 1975 vers un état de l'économie proche de celui figurant dans le VI^e Plan (équation 2).

Pour que le problème se présente sous la forme des équations (2) et (3) il ne restait plus qu'à choisir dans la liste des variables du modèle les variables de contrôle u_t , c'est-à-dire les instruments de politique économique de l'État (ce furent les dépenses publiques, les transferts aux entreprises, les transferts aux ménages), de caractériser les chocs stochastiques w_{t+1} (un aléa externe concernant les exportations, un aléa interne relatif au comportement des salariés) et leurs variances.

On se met ainsi en mesure de prendre chaque année des décisions nouvelles, ou d'en réviser certaines, au fur et à mesure que la réalisation des chocs et leurs effets sur les variables d'état de l'année courante sont mesurés. La solution du problème linéaire quadratique prend alors la forme d'une fonction de politique optimale linéaire, reliant la valeur des décisions à prendre dans l'année à la situation de la même année : $u_t = F s_t$. On parle alors de planification dynamique contraléatoire^{18 19}.

2.3. Leçons de l'opération Optimix

Revisitant cette opération, on ne peut qu'être frappé par le haut niveau d'ambition des économistes qui l'entreprirent. Ils convoquaient des outils théoriques complexes, de surcroît les combinant, devant s'accommoder des limites de ces outils (hypothèses restrictives, la pratique de la modélisation macro-économétrique ne faisant que débiter), dans un contexte administratif compliqué (le CGP et le ministère de l'économie n'avaient pas le même ministre). Quel en fut l'impact ? Un commentaire d'Yves Ullmo²⁰, concernant la fonction de préférence étatique, et non l'opération dans son ensemble : « S'ils soulignent à juste titre la fragilité des résultats auxquels ils sont parvenus, il est peut-être néanmoins permis à quelqu'un qui a vécu de près ces travaux préparatoires de dire que la représentation quantitative qu'ils en donnent n'est pas inexacte. Et il semble, sur un plan plus méthodologique,

17. Bernard Billaudot (1971), « Le modèle Deca », *Statistiques et études financières*, 1 : 5-46. La fin des années 1960 est caractérisée par de très importants progrès vers le « Marché commun » de l'Europe des six membres fondateurs. La réflexion économique s'oriente plus vers le « côté de l'offre » (productivité, compétitivité), les comportements de prix des entreprises en économie concurrencée, l'importance de leurs contraintes financières. Fifi et Deca sont associés à cette conjoncture.

18. Cette planification est alors incompatible avec des objectifs fermes et chiffrés à moyen terme sur lesquels se coordonneraient l'État et l'ensemble des partenaires économiques et sociaux, ce qui a donné lieu à des débats intenses à l'époque.

19. Un résultat remarquable (mais probablement peu robuste) d'Optimix est que la politique contraléatoire optimale supprime la plus grande partie des effets négatifs des chocs stochastiques futurs sur la valeur de l'espérance de la fonction-objectif du Plan.

20. Extrait de l'introduction d'Yves Ullmo « Calcul économique et rationalisation des choix budgétaires » au numéro spécial *La rationalisation des choix budgétaires* de la *Revue économique*, 1972, 33(3) : 355-357.

que cette approche est riche d'avenir [et qu'il soit possible de] s'acheminer ainsi vers la mise en œuvre d'une « stratégie » (Pierre Massé) au sens plein du terme », peut suggérer ce qui suit : nul doute que l'opération Optimix ait attiré l'attention de ceux qui pouvaient apprécier et la performance qu'elle représentait, et la pertinence des questions qu'elle posait. Néanmoins elle ne s'est nullement traduite en procédures nouvelles. En outre, son prolongement fut obéré par la perte d'influence de la planification en France, aux multiples raisons²¹. Nous en tenant à un argument strictement économique, mentionnons le choc pétrolier de 1973. Les chocs stochastiques pris en compte par Optimix sont des aléas dont les propriétés statistiques restent stables au cours du temps, dont l'amplitude reste modeste et la fréquence forte. Le choc pétrolier fut nouveau, unique et aux conséquences considérables. Une planification contraléatoire ne peut prendre en compte que le premier type de chocs. Le recours explicite à une fonction-objectif de l'État a été abandonné dans le courant des années 1970.

3. 3. Évaluations de modèles macro-économétriques

Les apports distinctifs les plus importants de Pierre Malgrange pour notre discipline et pour le calcul macroéconomique des administrations françaises relèvent de ce second thème. Ils sont présentés dans différents articles et surtout dans deux volumes (Deleau et Malgrange, 1978 et Artus, Deleau et Malgrange, 1986), qui constituèrent le support de ses cours, à l'Ensaie en particulier, mais aussi à l'Université de Louvain-la-Neuve, pendant plus de trente ans. Ce que tant de ses anciens étudiants lui doivent explique l'écho qu'a eu son décès dans notre profession.

3.1. La construction de maquettes, leur long terme, leurs propriétés cycliques

Pierre Malgrange a progressivement mis au point ses méthodes d'évaluation des modèles macro-économétriques, a clarifié leurs interprétations économiques, travaillant en particulier sur des modèles développés par l'Insee et la Direction de la Prévision depuis la fin des années 1960. *Il leur associait en particulier, alors qu'ils étaient de (très) grande taille, des maquettes, qui en conservaient les propriétés les plus importantes, lui permettant de mieux les analyser et en comprendre les propriétés.*

Menant cette tâche à bien, Pierre Malgrange s'était créé un authentique avantage comparatif dans notre profession sur deux axes : la caractérisation du long terme des modèles, l'étude rigoureuse de leur dynamique.

Le *long terme du modèle*, défini comme une trajectoire de croissance équilibrée (par exemple toutes les variables mesurées en euros constants croissent à un taux de 2 % par an et celles mesurées en euros courants croissent à un taux de 3 % par an), vers laquelle convergent toutes les variables économiques. Plusieurs modèles macro-économétriques de l'époque pionnière n'étaient pas construits avec le souci de générer une telle trajectoire. Une justification qui a pu être donnée de cette lacune était que la convergence de l'économie vers une croissance équilibrée prend beaucoup de temps, beaucoup plus que l'horizon pour lequel le modèle est utilisé, et n'a donc pas d'utilité pratique. Une vue plus pragmatique consisterait à admettre avec qui réaliserait encore l'ampleur et les difficultés de la tâche, telle qu'elle se présentait, avec des économistes qui très souvent apprenaient le métier en

21. Notamment, il apparaissait de plus en plus souhaitable et réaliste pour les économistes à partir de la fin des années 1960 de laisser les secteurs d'une économie se développer en fonction de leurs avantages comparatifs, d'exporter les biens pour lesquels elle avait cet avantage et d'importer les biens en désavantage, sans recourir à une planification qui rechercherait un développement cohérent et complet du système productif national. Voir l'article de référence de Hollis B. Chenery (1961), « Comparative advantage and development policy », *American Economic Review*, 51(1) : 18-51.

le pratiquant, est que toutes les difficultés de l'aventure ne pouvaient être identifiées et résolues en même temps. Cependant, l'incapacité d'un modèle à pouvoir s'arrimer sur une trajectoire de croissance équilibrée peut être la source de sérieuses faiblesses. On peut ainsi avoir une contradiction entre les taux de croissance de long terme des différents éléments d'une équation, par exemple quand celle-ci comporte une somme dont les différents éléments croissent tendanciellement à des taux différents. Les modèles anciens pouvaient devoir subir un assez grand nombre de corrections, avant de pouvoir générer une croissance équilibrée de référence.

Une fois cette trajectoire calculée, il est facile de réécrire le modèle en variables réduites, c'est-à-dire corrigées de leur tendance. La croissance équilibrée de référence devient alors un simple état stationnaire²² et le modèle décrit l'économie au voisinage de celui-ci. Nous nous contenterons ici de rappeler qu'il est aisé d'associer aux modèles correctement construits, dans la classe de ceux qui relèvent de cette partie, un long terme d'interprétation néo-classique, et un court terme keynésien. Pierre Malgrange a fortement contribué à clarifier ce point.

L'analyse de la dynamique est l'étude de la trajectoire des variables lors de leur progression du court terme au long terme. Une méthode rigoureuse consiste à calculer l'approximation linéaire du modèle écrit en variables réduites au voisinage de l'état stationnaire de référence. On réécrit ensuite cette approximation sous la forme de la représentation en variables d'état, comme dans l'équation (2). La trajectoire des variables économiques obtenue dans un calcul de prévision et de variantes, peut alors être décomposée en plusieurs trajectoires résultant chacune d'une dynamique élémentaire. Quand cette dynamique élémentaire n'est pas cyclique elle peut être rattachée à une valeur propre réelle de la matrice A de l'équation (4), que nous reprenons ici :

$$\mathbf{s}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{s}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \mathbf{C}\mathbf{w}_{t+1}, \quad \mathbf{t} = 0, 1, 2, \dots, 4 \quad (4)$$

Si elle est cyclique elle peut être reliée à un couple de valeurs propres complexes conjuguées de cette matrice. Le modèle est stable si toutes les valeurs propres sont de module inférieur à 1. Une interprétation économique des dynamiques élémentaires est alors possible en calculant la sensibilité de chacune de ces valeurs propres aux paramètres essentiels du modèle. Cette méthode, dite des *chocs de structure*, consiste, par exemple, à annuler les coefficients d'une variable retardée dans tout le modèle, ou bien les coefficients de toutes les variables retardées dans une équation, et d'examiner comment cela modifie les valeurs propres. On peut parallèlement examiner directement comment certains multiplicateurs dynamiques sont altérés par ces chocs de structure.

Cette procédure était souvent court-circuitée par les modélisateurs qui se bornaient à calculer l'approximation linéaire du modèle au voisinage d'un compte de référence (ou central) d'une année

22. Les équations déterminant cet état stationnaire permettent une interprétation économique de l'équilibre de long terme par référence au modèle néo-classique de croissance en économie ouverte. La variable de bouclage est le niveau des prix (ou les termes de l'échange ou le taux de change réel). Il contribue à la détermination du coût d'usage du capital, du stock de capital et de la production. Il détermine aussi les différentes composantes de la demande, y compris les importations. L'équation de cohérence est l'équilibre des biens et services, qui cette fois détermine le niveau des prix.

Dans le court terme, la production effective peut différer de la capacité de production que la fonction de production permet de calculer. L'équilibre ressource-emploi en biens et services est toujours valide, mais pas au niveau de la capacité de production, les prix ne s'ajustant que partiellement et donc insuffisamment pour assurer cet équilibre. Mais, comme les différentes composantes de la demande sont reliées à la production, et que celle-ci est flexible, puisqu'elle échappe au carcan de la fonction de production, on a un équilibre keynésien. Dans le long terme, les prix et salaires nominaux s'ajustent parfaitement ce qui permet d'assurer l'égalité entre la production effective et la capacité de production. Le modèle retrouve alors une logique néo-classique.

donnée. Le problème est que dans ce cas, même si on peut réécrire le modèle sous la forme de sa représentation en variables d'état (4), c'est avec des matrices A et B qui dépendent de l'année de référence, c'est-à-dire qui changent au cours du temps. Cela n'est pas un problème en soi sauf, comme le montre Pierre Malgrange dans un important article de 1981, que le calcul des valeurs propres n'a plus alors aucun sens pour l'analyse de la dynamique. S'il est quand même effectué il peut conduire à des conclusions économiques inexactes, par exemple sur la stabilité du modèle.

La méthodologie consistant à extraire d'un modèle macro-économétrique une gamme de modèles mettant chacun l'accent sur tel ou tel mécanismes du modèle original, en reproduisant certaines propriétés essentielles a été appliquée très tôt par Pierre Malgrange au modèle Deca, utilisé comme on l'a vu pour l'opération Optimix, et en support des prévisions pour les Budgets Économiques.

L'article d'Annales, publié en 1972, rend compte de cette expertise. Au cours de son protocole Pierre Malgrange diagnostique en particulier l'existence d'une valeur propre de 1,22, de module donc supérieur à l'unité, impliquant une divergence au taux de 22 %, correspondant donc à une instabilité dans le modèle. Fait exceptionnel, l'article est précédé d'un « Préambule » du directeur de la Prévision, qui en avait compris l'importance.

3.2. Bien des modèles partagent une structure commune

Après avoir construit les maquettes de plusieurs modèles macro-économétriques, et consulté des travaux similaires effectués sur d'autres modèles²³, Pierre Malgrange aboutit à une conclusion imprévue. Bien des modèles macro-économétriques partagent une structure commune. La présentation de cette structure, appelée maquette *DMM*, fit l'objet d'un important article avec Michel Deleau et Pierre-Alain Muet, publié en 1981, et qui eut une très grande influence auprès des modélisateurs. Si nous omettons les chocs stochastiques ε_t de la forme structurelle générale (1) d'un modèle macro-économétrique et donc de la maquette *DMM*, celle-ci peut générer des trajectoires de croissances équilibrées, parmi lesquelles on peut en choisir une qui sert de référence et qui représente le long terme vers lequel les variables économiques convergent.

L'évolution de chaque variable sur un sentier de long terme est caractérisée par un taux de croissance constant et un *niveau initial*. Il y a trois taux de croissance constants de base dans la maquette *DMM* : celui de la productivité globale des facteurs, déterminé par le progrès technique, γ , celui de la population active, n , et celui des prix, π . Les deux premiers sont exogènes. Comme le taux de change est supposé fixe, le taux d'inflation national est égal à celui du reste du monde et donc π est aussi exogène. Les autres taux de croissance se déduisent facilement de ces trois taux. Par exemple, le taux de croissance des variables en volume, g , est une expression simple de γ et n ²⁴. Le taux de croissance du taux de salaire nominal est égal à $g + \pi - n$ ²⁵.

23. Plusieurs maquettes des modèles français ont été construites, par exemple MINI-DMS : Jean-Louis Brillet (1981), « MINI-DMS, modèle macroéconomique de simulation », Insee, *Archives et Documents*, 35 ; MICRO-DMS : Jean-Louis Brillet (1982), « L'équation de Phillips : comparaison sur une maquette de plusieurs formulations alternatives », note ronéotypée, Insee, Service des Programmes ; MINI-METRIC : Patrick Artus, in Patrick Artus et Pierre Morin (1977), « L'analyse du modèle METRIC », *Document Insee-Direction de la Prévision*, 146-243, soit dans un but d'évaluation de ces modèles, soit pour des applications demandant des modèles de taille modérée.

24. Si la fonction de production est : $Y_t = A(1 + \gamma)^t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$, nous déduisons : $g \cong \gamma / (1 - \alpha) + n$.

25. La maquette peut s'interpréter comme une extension du modèle néo-classique de croissance de Solow. Cependant ce dernier modèle représente une économie fermée aux échanges internationaux et ne peut expliquer l'inflation que si on lui ajoute une politique monétaire et une demande de monnaie. L'hypothèse d'économie ouverte, avec des changes fixes, modifie assez profondément les propriétés du modèle, notamment dans

Le taux de change étant fixe et la circulation des capitaux étant libre, la France ne peut pas avoir de politique monétaire autonome dans le long terme et son taux d'intérêt nominal, r , s'ajuste sur celui du reste du monde. Le coût réel du capital est alors égal au taux d'intérêt réel, $r - \pi$, plus le taux de dépréciation. L'emploi est déterminé par une équation de Phillips et dépend donc du taux d'inflation et du taux de croissance du salaire nominal²⁶. Comme ceux-ci sont exogènes dans le long terme, il en est de même du *niveau* de l'emploi. La fonction de production et la condition marginale qui égalise la productivité marginale du capital à son coût, déterminent alors les *niveaux* de la production et du stock de capital.

L'équilibre des biens et services égalise la production à la somme de l'investissement, de la consommation et des exportations, déduction faite des importations, ces quatre derniers postes faisant l'objet d'équations de type courant. Cet équilibre détermine le *niveau* du prix de production dans le long terme. Nous avons ainsi le modèle d'équilibre usuel d'une économie ouverte de taille moyenne, c'est-à-dire dont le prix de production peut différer du prix étranger.

La maquette comporte 26 équations. Ses multiplicateurs de court et long terme se révèlent être assez voisins de ceux des modèles estimés de grande taille (pour la France ou des économies ayant une ouverture au commerce international similaire à la France, car les valeurs des multiplicateurs sont très sensibles au degré d'ouverture). De plus, les trajectoires des multiplicateurs dynamiques, notamment leurs propriétés cycliques (mesurées par exemple par les valeurs propres) sont voisines de celles obtenues par les modèles usuels de grande taille (avec une dynamique réelle du type multiplicateur-accelérateur faiblement cyclique stable et une dynamique monotone divergente engendrée par une boucle prix-salaire).

Il est remarquable que les caractéristiques de cette maquette, publiée en 1981 : un long terme néo-classique, un court terme keynésien, une dynamique d'ajustement non contrainte théoriquement et donc calibrée ou estimée économétriquement dans le cadre d'équations à corrections d'erreur²⁷, sont similaire à celles du modèle actuel de l'Insee et de la Direction du Trésor, *Mésange*, déjà cité (pour la version la plus récente voir Bardaji *et al.*, 2017). Il est aussi intéressant de noter que dans la première présentation de ce modèle (Cabannes *et al.*, 2012)²⁸, l'équilibre de long terme était présenté dès le début, comme référence théorique de base du modèle.

Cet article de 1981 peut être vu comme une synthèse certes partielle mais efficace d'une expérience de construction et d'utilisation des modèles qui s'était étendue sur une quinzaine d'années. Dans la profession, la nécessité d'un bilan était perceptible. La persistance de la crise économique y poussait,

le long terme. Par exemple, le capital fixe intérieur peut dépasser le capital national par le montant de l'endettement extérieur, c'est-à-dire le financement de la croissance ne dépend pas que de l'épargne nationale.

26. Dans le cas particulier où l'emploi, ou plus précisément le taux de chômage, dépend de la différence entre le taux de croissance du salaire nominal et le taux d'inflation, il n'est fonction que du taux de croissance de la productivité du travail. Autrement, il dépend en plus du taux d'inflation, une propriété qu'on désigne parfois comme une courbe de Phillips de long terme.

27. James E.H. Davidson, David F. Hendry, Frank Srba et Stephen Yeo (1978), « Econometric modeling of the aggregate time-series relationship between consumers' expenditure and income in the United Kingdom », *Economic Journal*, 88 : 661-692.

28. Pierre-Yves Cabannes, Hélène Erkel-Rousse, Caroline Klein, Guy Lalanne, Olivier Monso, Erwan Pouliquen et Olivier Simon (2012), « Survol de *Mésange* : un modèle macroéconomique à l'usage du praticien », *Économie et Statistique*, 451-453 : 179-217 et José Bardaji, Benoît Campagne, Marie-Baïanne Khder, Quentin Lafféter Olivier Simon (Insee) et Anne-Sophie Dufernez, Claire Elezaar, Pierre Leblanc, Emmanuelle Masson, Harry Partouche (DG Trésor) (2017), « [Le modèle macroéconométrique *Mésange* : réestimation et nouveautés](#) », *Document de travail*, G2017/04, Insee.

ainsi que les défis lancés par des courants de pensée auxquels sont, entre autres, associés les noms de Lucas et de Sims. Inévitablement, certains usages des modèles n'avaient pas été pertinents. Le souci de progresser sur des bases théoriques plus solides, mais aussi d'une pratique revisitée de l'économétrie, était très net.

4. 4. À partir de 1981 : vers sa propre synthèse

Dans ce contexte les années 1980 ont vu la diffusion de quantité de modèles revisitant tels ou tels aspects de la science économique, ce dont rend compte le livre d'Olivier Blanchard et Stanley Fischer, *Lectures on Macroeconomics* (The MIT Press, 1989), sur le contenu duquel Pierre Malgrange anima, avec son sens peu égalé de la rigueur théorique, un séminaire à la Direction de la Prévision au début des années 1990. Ces modèles pouvaient être aussi bien macroéconomiques (courants de la croissance endogène, des cycles réels...) que consacrés à tel ou tel comportement (travail, crédit...).

4.1. Équilibres partiels

Très souvent, il s'agit de modélisations en équilibre partiel²⁹, auxquelles Pierre Malgrange a contribué, en se penchant sur la modélisation de comportements spécifiques isolés. Nous donnons ici pour seul exemple celui des demandes de facteurs.

Les modèles macro-économétriques du type de ceux des années 1970 étaient construits en deux étapes. Dans la première on construisait un modèle de croissance néo-classique aux fondations théoriques rigoureuses, qui déterminait des objectifs souvent appelés « valeurs désirées » (du capital, de l'emploi...). Dans la seconde on introduisait des dynamiques d'ajustement, représentant les rigidités réelles et nominales de certaines variables et les formations des anticipations. Ces dynamiques faisaient l'objet de justifications économiques succinctes et résultaient principalement d'estimations économétriques (par exemple de modèles à correction d'erreur).

Il y eut cependant des tentatives d'une modélisation de la dynamique mieux fondée théoriquement et où les ajustements des variables effectives à leurs niveaux désirés reposaient sur une optimisation intertemporelle. Dans un article de 1984, co-écrit avec Pierre Villa, Pierre Malgrange étend une analyse de Lucas (1967)³⁰ en considérant le cas d'un grand nombre d'entreprises en concurrence monopolistique, dont l'investissement subit un coût d'installation, qui croît avec le rapport de l'investissement au stock de capital déjà installé. Il obtient alors des équations dynamiques d'investissement et d'emploi théoriquement fondées. Un apport de cette approche est qu'elle démontre que les paramètres d'ajustement sont fonction de ceux qui influencent le long terme de l'économie, tels ceux de la fonction de production. Par exemple, une hausse durable du coût du travail conduira à une élévation de l'intensité capitaliste des entreprises, et donc du niveau de l'investissement, un effet qui est pris en compte par les modèles macro-économétriques. Mais, elle réduira aussi la vitesse de l'ajustement du capital effectif à celui 'désiré', ce qui a l'effet contraire sur l'investissement³¹.

29. On peut aussi noter qu'en 1995 Pierre Malgrange édita un important numéro d'Annales d'Économie et de Statistique, consacré à des Développements récents de la macroéconomie de la concurrence imparfaite. Les articles de ce numéro présentaient bien des modèles en équilibre partiel. Ce numéro bénéficia d'une préface d'Edmond Malinvaud.

30. Robert E. Lucas (1967), « Adjustment costs and the theory of supply », *Journal of Political Economy*, 75(4) : 321-334.

31. Les modèles DSGE, développés dans les années 1990, sont le plus possible économiquement fondés, et recourent à une dérivation mathématique similaire à celle de cet article. Cependant, cela n'est pas le cas pour la plupart des modèles macro-économétriques.

4.2. L'intégration d'anticipations parfaites dans une maquette représentative

Pierre Malgrange avait dès les années 1980 porté une grande attention à la question des anticipations. Sur les trajectoires de croissance équilibrée de la maquette *DMM*, la valeur anticipée de chaque variable est égale à sa valeur effective : on dit que les anticipations sont parfaites dans le long terme. Mais entre-temps une valeur anticipée peut différer de la valeur qu'elle aura dans le futur, que le modèle est censé prévoir correctement. On peut donc penser que l'égalité entre anticipations d'agents et prévisions du modèle est nécessaire à la cohérence du modèle. Pierre Malgrange chercha donc à enrichir la maquette en y introduisant cette exigence d'anticipations 'parfaites'³².

Plus précisément, en l'absence des chocs stochastiques ε_t , la forme structurelle générale d'un modèle macro-économétrique à anticipations parfaites peut s'écrire sous une forme qui diffère de l'équation (1) par l'ajout des valeurs correctement anticipées de certaines variables pour la période suivante :

$$F(\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}^p, \mathbf{y}_{t+1}^a, \mathbf{x}_t) = \mathbf{0} \quad (5)$$

\mathbf{y}_t est le vecteur à n composantes des variables endogènes, \mathbf{y}_{t-1}^p est un vecteur des n_p variables endogènes dites prédéterminées c'est-à-dire qui figurent avec un retard, \mathbf{y}_{t+1}^a est un vecteur de n_a variables endogènes anticipées, qui figurent avec une avance, \mathbf{x}_t est le vecteur des variables exogènes. F est un vecteur de n fonctions. À la période t le modèle détermine la valeur courante des endogènes \mathbf{y}_t en fonction de leur valeur passée \mathbf{y}_{t-1}^p , de leur valeur anticipée pour la période suivante \mathbf{y}_{t+1}^a et de la valeur courante des exogènes \mathbf{x}_t . On suppose que les variables du modèle sont *réduites*, c'est-à-dire qu'elles ont été soumises à une transformation qui en a ôté la tendance de long terme. Alors, le modèle a un état stationnaire associé à toute valeur raisonnable des exogènes, par exemple $\hat{\mathbf{x}}$, déterminé par :

$$F(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}^p, \hat{\mathbf{y}}^a, \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (6)$$

Si le modèle est convenablement écrit, son expression (5) détermine une trajectoire unique des endogènes si on fixe la valeur des variables prédéterminées à la date initiale (notée 0) et la valeur à l'infini des anticipations, ces dernières correspondant à leur valeur stationnaire, soit : \mathbf{y}_0^p et $\mathbf{y}_\infty^a = \hat{\mathbf{y}}^a$. La simulation du modèle demande alors d'approximer l'infini par une date future « suffisamment lointaine », T , comme nous le verrons plus bas³³.

Dans un article publié en 1987, Pierre Malgrange, avec Jean-Pierre Laffargue, s'était concentré sur les équations déterminant, à partir d'optimisations intertemporelles, l'investissement des entreprises et la consommation des ménages. Dans les équations d'Euler alors obtenues, les valeurs courantes dépendent des valeurs anticipées pour la période suivante. Ils supposaient des anticipations parfaites de ces variables, c'est-à-dire leur égalité aux prévisions données par le modèle. Un approfondissement de ce travail, co-écrit avec Jean-Pierre Laffargue et Thierry Pujol, incluant l'ensemble des comportements avec plusieurs simulations de politique économique, fut publié en 1992. Ce fut la maquette *PLM*. Le résultat peut être le plus important, et qui semble robuste et valide pour des modèles de beaucoup plus grande taille, est que la dynamique d'un modèle à anticipations parfaites est plus simple que celle des modèles macro-économétriques usuels. Notamment les multiplicateurs

32. L'hypothèse d'anticipations parfaites peut aussi être interprétée comme la forme, extrême, de l'hypothèse d'anticipations rationnelles, en l'absence d'incertitude.

33. Il faut bien sûr que $\mathbf{x}_t \cong \hat{\mathbf{x}}$, à partir d'une certaine date et que cette date ne soit pas trop proche de T .

dynamiques ne présentent pas (ou ne présentent que peu) les cycles amortis que l'on obtient avec les modèles macro-économétriques et avec la maquette *DMM*³⁴.

Ces maquettes ne connaissent pas l'écho de la maquette *DMM*, essentiellement parce que peu de modèles macro-économétriques incluent l'hypothèse d'anticipations parfaites, ou même attribuent un rôle clair aux anticipations³⁵. Cela peut tenir au fait qu'il est difficile d'évaluer économétriquement, si, par exemple, un consommateur réagit assez peu dans le court terme à une baisse de son revenu en raison de rigidités diverses (par exemple il ne peut pas diminuer rapidement sa dépense en logement car changer de logement prend du temps) ou parce qu'il lie sa consommation à un revenu permanent (anticipé) qui est peu influencé par cette baisse. Ainsi, *Mésange* ne distingue pas dans la dynamique de ses équations ce qui relève de la formation des anticipations de ce qui provient de rigidités réelles ou nominales.

Il est cependant un domaine où les anticipations jouent un rôle essentiel, qui est celui de la politique monétaire. Mais ce n'est que très récemment que la Banque de France a construit un modèle, FR-BDF (voir Lemoine et *al.*, 2019)³⁶, où les variables dont les valeurs anticipées affectent l'équilibre économique sont clairement identifiées (par exemple le revenu permanent des ménages, l'inflation, le taux d'intérêt). S'inspirant d'une spécification mise au point pour le modèle du *Federal Reserve Board*, le modèle FR-BDF adopte deux modélisations des anticipations : d'abord un modèle purement statistique, proche d'un VAR structurel, ensuite en posant que les anticipations sont égales à leur prévision par le modèle (elles sont « parfaites »). La construction de ce modèle a été accompagnée et aidée par la construction de maquettes assez similaires à celle de 1992.

4.3 Méthodologies

Tout en se tenant étroitement lié aux macroéconomistes développant des outils opérationnels, Pierre Malgrange travaillait sur des problèmes méthodologiques, d'orientations plus théoriques. Les modèles macro-économiques peuvent être écrits en temps continu ou en temps discret. Dans ce dernier cas ce peut être avec des données ou trimestrielles ou annuelles. À quelles difficultés se heurte-t-on quand une même théorie économique est testée avec des données différentes selon ce critère ? On peut aussi être amenés à simuler sur un horizon fini des modèles posés sur un horizon infini. À quelles approximations s'expose-t-on alors ? Pierre Malgrange a travaillé ces questions d'agrégation temporelles et de troncature des horizons des simulations, en particulier en les traitant dans le cas de modèles non-linéaires.

1. L'agrégation temporelle des modèles macro-économétriques

La théorie économique implique des relations d'exclusion dans les équations structurelles d'un modèle, chacune ne comportant qu'un nombre restreint de variables endogènes. Par exemple la consommation des ménages dépend de la consommation retardée d'une période, mais pas de l'investissement

34. La raison est que les modèles macro-économétriques introduisent (le plus souvent implicitement) des équations où les valeurs anticipées des variables dépendent de leurs valeurs passées, les valeurs effectives courantes des mêmes variables s'ajustant progressivement à ces valeurs anticipées. Cette double dynamique peut générer des cycles, qui disparaissent quand on supprime celle de la formation des anticipations en la supposant parfaite.

35. Voir cependant le modèle DSGE de Maylis Coupey et Jean-Paul Renne (2008), « Réformes fiscales dans un modèle DSGE France en économie ouverte », *Économie et Prévision*, 183-184 : 199-222, qui peut être considéré comme une amélioration notable de la maquette *PLM*.

36. Matthieu Lemoine, Harri Turunen, Mohammed Chahad, Antoine Lepetit, Anastasia Zhutova, Pierre Aldama, Pierrick Clerc et Jean-Pierre Laffargue, (2019), « The FR-BDF model and an assessment of monetary policy in France », Banque de France, *Working Paper*, 736.

des entreprises retardé. Ces relations d'exclusion doivent être, au moins approximativement, les mêmes que le modèle soit écrit avec une périodicité annuelle ou trimestrielle.

Dans son article de 1982, Pierre Malgrange considère, avec Michel Deleau, les multiplicateurs (les « effets variantiels ») d'un modèle trimestriel linéaire dont toutes les variables sont des flux. Une agrégation satisfaisante est celle où le multiplicateur du modèle sur données annuelles est égal à la moyenne arithmétique des quatre multiplicateurs du modèle estimé sur données trimestrielles pour les trimestres de l'année considérée. Sur ce point, les auteurs obtiennent un résultat positif, un autre négatif :

Si le modèle est écrit sous forme finale, telle donc que la valeur courante de chaque variable endogène dépend des valeurs courantes et passées des variables exogènes, l'agrégation du trimestriel à l'annuel s'opère de façon simple : les paramètres de la forme finale en base annuelle sont des moyennes mobiles des paramètres de la forme finale en base trimestrielle sur les quatre trimestres de l'année courante et les trois derniers trimestres de l'année précédente.

Mais partant d'un modèle trimestriel à équations multiples écrit sous forme structurelle, ils montrent que la forme finale du modèle annuel agrégé n'est pas compatible avec une forme structurelle qui inclurait les relations d'exclusion du modèle trimestriel, ce qu'ils illustrent à partir d'exemples.

2. La simulation des modèles macro-économétriques à anticipations parfaites

Nous avons vu que la simulation d'un modèle macro-économétrique à anticipations parfaites (5) nécessite de fixer les valeurs à l'infini des variables endogènes anticipées. En fait, et pour de simples raisons pratiques, l'infini est approximé par une date future « suffisamment lointaine », T ,

Pierre Malgrange note, avec Raouf Boucekkine et Michel Juillard dans leur article de 1997, que la condition terminale $\mathbf{y}_T^a = \hat{\mathbf{y}}$ (condition 1) peut être remplacée par : $\mathbf{y}_T^a - \mathbf{y}_{T-1}^a = \mathbf{0}$ (condition 2). La simulation du modèle avec cette nouvelle condition terminale ne nécessite plus de connaître l'état stationnaire, ce qui peut être un avantage si on doit calculer un grand nombre de variantes avec des chocs entretenus qui le modifient. Le problème est alors le suivant : pour T donné, laquelle de ces deux conditions donne, le modèle étant simulé sur la période $(\mathbf{0}, T)$, la meilleure approximation de la trajectoire exacte (qui serait simulée, si cela était possible, sur la période de durée infinie).

Ils obtiennent deux résultats importants, notamment par une série de simulations de divers modèles. D'abord, si l'horizon de simulation T n'est pas excessivement petit, les deux conditions terminales $\mathbf{y}_T^a = \hat{\mathbf{y}}$ et $\mathbf{y}_T^a - \mathbf{y}_{T-1}^a = \mathbf{0}$ conduisent à des approximations de qualités similaires. Ensuite, la dynamique de certaines variables est fortement influencée par des valeurs propres de l'approximation linéaire du modèle proches de 1 ; en conséquence, ces variables convergent lentement vers leurs valeurs de l'état stationnaire. En revanche, la dynamique d'autres variables est principalement influencée par des valeurs propres plus éloignées de l'unité ; leur convergence est alors plus rapide. Une valeur un peu faible de T n'obérera que peu la précision de la simulation pour ces dernières variables, mais affectera notablement celle des premières.

3. Modélisation en temps continu et en temps discret en présence de non-linéarités fortes

Le problème de l'agrégation temporelle devient beaucoup plus complexe dans le cas d'un modèle non-linéaire qui ne peut pas être approximé de façon fiable par un modèle linéaire. Pierre Malgrange, avec Rose-Anne Dana, étudie ce problème sur le modèle accélérateur-multiplicateur de Kaldor, d'abord quand il est écrit en temps continu, ensuite dans sa version en temps discret, la spécification des équations structurelles et les relations d'exclusion étant les mêmes dans les deux cas. Ce modèle a deux variables d'état, le capital et la production.

À la version en temps continu correspondent trois dynamiques possibles, déterminées par les valeurs de la vitesse d'ajustement de la production au déséquilibre du marché des biens. Dans un premier cas l'économie diverge, dans le deuxième elle converge vers un état stationnaire, et cela chaque fois avec des oscillations régulières. Dans le troisième, la trajectoire suivie par les deux variables d'état converge vers une orbite périodique. Alors, les non-linéarités du modèle permettent de générer des fluctuations permanentes endogènes, ce que ne peuvent pas les modèles macro-économétriques usuels³⁷.

La version en temps discret peut générer, à côté de ces trois types de trajectoires, deux autres plus complexes. Dans le premier type, l'économie évolue dans le long terme le long d'une orbite périodique durant certains intervalles de temps qui se reproduisent à l'identique *ad infinitum*, et fluctue de façon assez régulière au voisinage de cette orbite entre ces intervalles. Dans le second de trajectoire l'économie évolue dans le long terme, encore sur une orbite périodique sur certains intervalles de temps. Mais entre ceux-ci sa trajectoire ne présente aucune régularité et est différente chaque fois qu'elle revient dans ce régime « chaotique ».

Cet article est aussi une introduction à la littérature sur les trajectoires cycliques ou chaotiques générées par des modèles non linéaires écrits en temps continu ou en temps discret, à propos desquelles Pierre Malgrange a édité avec Jean-Michel Grandmont, en 1986, un numéro spécial du *Journal of Economic Theory*. Dans l'introduction à ce numéro, ils soulignent l'insuffisance de l'optique consistant à rendre compte des fluctuations de l'économie par l'occurrence de chocs stochastiques exogènes successifs sur un modèle stable, y diffusant leurs effets³⁸. Comme nous venons de le voir pour le modèle de Kaldor, il est possible de construire des modèles générant des cycles économiques sans recours à de tels chocs, c'est-à-dire de construire une théorie endogène des cycles. Une particularité importante est que les modèles introduits dans ce numéro considèrent des agents optimisant de façon rationnelle, anticipant parfaitement le futur et opérant sur des marchés en équilibre, ce qui n'était pas le cas pour le modèle de Kaldor³⁹.

4. Keynes, Lucas D'une macroéconomie à l'autre⁴⁰

Avec Michel de Vroey, Pierre Malgrange publia dans la *Revue française d'économie* en 2007 un article important dans sa recherche : partant des intuitions de Keynes (dans le cas d'une crise du type de celle des années 1930, la baisse des salaires est la pire des solutions alors que c'est celle à laquelle

37. « ... sauf cas exceptionnel (plus grandes valeurs propres complexes et de module unité) aucun modèle linéaire n'est capable de générer un cycle endogène indéfiniment entretenu : les mouvements périodiques sont, en général, ou amortis ou divergents. Les modèles linéaires sont donc incapables de fournir la traduction de cycles endogènes « stables » », in Patrick Artus, Michel Deleau et Pierre Malgrange (1986), *Modélisation macroéconomique*, page 135.

38. « There is no compelling reason to employ such an exogenous explanation of business cycles ».

39. À côté des articles présentant des modèles fortement non-linéaires des cycles endogènes, ce numéro spécial en comporte d'autres présentant une troisième approche de la théorie des cycles, dont l'origine provient d'anticipations certes rationnelles, mais s'appuyant en plus sur l'observation d'indicateurs n'ayant pas d'effet autres sur l'économie que d'affecter ces anticipations (on les appelle des taches solaires, et c'est sur celles-ci que peuvent s'appuyer par exemple les « animal spirits » ou anticipations volatiles de Keynes). L'hypothèse essentielle est qu'en l'absence de taches solaires le modèle détermine une infinité de trajectoires convergeant vers un même état stationnaire. Les taches solaires, qui suivent un processus stochastique connu, complètent alors l'hypothèse d'anticipations rationnelles qui, seule, est insuffisante pour obtenir l'unicité d'une solution du modèle, et déterminent comment l'économie va fluctuer de façon stochastique au voisinage de l'état stationnaire. Les chapitres 3 et 10 du livre de Jean-Pascal Bénassy *Macroeconomic Theory* (Oxford University Press, 2011) donnent une présentation très claire et simple de ces trois façons de modéliser les cycles.

40. Cet intertitre reprend le titre du livre de Michel De Vroey, publié en 2009 aux éditions Dalloz.

conduisait la théorie économique de l'époque), rappelant le travail de clarification de la pensée de Keynes qui suivit la parution de son livre (par exemple lors de la conférence d'Oxford de septembre 1936, où intervinrent à cette fin Harrod, Hicks et Meade), ils présentent les critiques successives de l'appareil théorique keynésien après qu'il se soit constitué (Friedman, Lucas, Kydland et Prescott...).

Il n'est pas possible de dire quelles sont, dans toutes ces critiques, celles auxquelles Pierre Malgrange accordait le plus de portée. On peut seulement être certain que maîtrisant la dualité forme structurelle-forme réduite, une refondation, qu'il estimait nécessaire, des prescriptions keynésiennes ne pouvait pour lui avoir lieu que sur la base d'une forme structurelle économiquement fondée. Cette maîtrise permet d'affirmer que ce qui fut connu sous le nom de « critique de Lucas » lui était déjà depuis longtemps très clair.

Il donna son soutien à la reconstruction théorique du courant de la « nouvelle synthèse néo-classique », et en fit la pédagogie dans l'article paru en 2012, « La « nouvelle synthèse néoclassique » : une introduction ». Le point de départ en est un modèle d'Ireland (2004)⁴¹ qui peut être présenté en trois équations.

La première décrit l'équilibre du marché du bien agrégé⁴², exprimé par l'égalité entre la demande et l'offre de bien en termes du taux d'utilisation des capacités u_{ct} , moyennant l'ajout d'un terme stochastique ε_{1t} fonction des perturbations structurelles, avec pour déterminant le taux d'intérêt réel, mesuré avec l'anticipation de l'inflation.

$$u_{ct} = E_t u_{c,t+1} - (r_t - E_t \pi_{t+1}) + \varepsilon_{1t} \quad (7)$$

La deuxième équation synthétise la relation entre l'inflation - présente et anticipée - et le taux d'utilisation des capacités, relation engendrée par l'imparfait ajustement des prix⁴³. Elle s'écrit :

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \mu u_{ct} + \varepsilon_{2t}, \text{ avec } \mu > 0 \quad (8)$$

41. P. N. Ireland (2004), « Technology shocks in the New Keynesian model », *Review of Economics and Statistics*, 86(4) : 923-936.

42. La demande du bien agrégé est constituée essentiellement de la consommation des ménages, qui arbitrent entre consommer dans la période courante ou dans la période suivante en fonction de la valeur courante du taux d'intérêt réel : quand celui-ci augmente, les ménages trouvent avantageux de repousser une partie de leurs achats, afin d'augmenter leurs actifs rémunérés ou de réduire leur endettement. À cette composante de la demande s'ajoute le coût réel de modification des prix des entreprises en concurrence monopolistique. L'offre de bien est fonction de la quantité de travail offerte par les ménages, qui arbitrent encore entre travailler moins et consommer plus.

43. Une spécification usuelle de la rigidité de ce prix, introduite par Calvo, est que dans la période courante seule une proportion fixe d'entreprises ajuste leurs prix à leurs valeurs d'équilibre. Ireland adopte une spécification différente, empruntée à Rotemberg, selon laquelle les entreprises subissent un coût quand elles changent leur prix de vente, qui est proportionnel au carré de son taux de variation entre la période courante et la période précédente (c'est-à-dire au carré du taux d'inflation). Si les entreprises sont confrontées, par exemple, à une élévation durable de la demande, elles répartissent la hausse de leurs prix de vente entre la période courante et les périodes futures et réagissent à court terme en accroissant les quantités offertes, ce qui se traduit par une hausse du taux d'utilisation des capacités u_{ct} .

Cette relation est souvent appelée « courbe de Phillips keynésienne nouvelle », car elle repose sur une logique très voisine de celle de l'équation du même nom des modèles macroéconomiques néo-keynésiens, avec cependant une justification théorique précise⁴⁴.

La dernière équation formalise la règle de politique monétaire suivie par la banque centrale. Celle-ci réagit à une hausse du taux d'inflation, à une augmentation de l'activité et à son accélération, en élevant le taux d'intérêt nominal, comme dans la règle de Taylor. Cependant, à la différence de cette règle, la hausse du taux d'intérêt est progressive. Nous avons :

$$r_t = r_{t-1} + \rho_\pi \pi_t + \rho_g (u_{ct} - u_{c,t-1}) + \rho_u u_{ct} + \varepsilon_{3t}, \text{ avec } \rho_\pi, \rho_g, \rho_u \geq 0 \quad (9)$$

Pour rendre compte des fluctuations de ses trois variables endogènes, le modèle fait intervenir trois perturbations stochastiques : ε_{1t} , qui agit sur le marché des biens ; ε_{2t} , qui influence directement la dynamique des prix ; et ε_{3t} , qui peut s'interpréter comme la part de la politique monétaire qui, discrétionnaire, n'est pas conforme à la règle⁴⁵.

Ce modèle contient des variables « avancées » ($u_{c,t+1}$ et π_{t+1}), caractéristiques des modèles à anticipations rationnelles⁴⁶.

Dans la conclusion de leur article Michel De Vroey et Pierre Malgrange soulignent l'analogie avec le modèle IS-LM (l'équation (7) faisant penser à la courbe IS, l'équation (9) pouvant tenir lieu de substitut à la courbe LM), complété par la courbe de Phillips, dont l'équation (8) tient lieu.

Soulignant que ce modèle prête de l'efficacité à long terme à la politique monétaire, ils insistent sur le fait que les fondements théoriques usuellement invoqués pour justifier les politiques keynésiennes, par exemple ceux du schéma hicksien, ont disparu⁴⁷. Pour reprendre les termes de l'article de 2007 (cf. par exemple sa page 17) on a là un « modèle structurel » « entendant par là un ensemble d'équations décrivant la réaction d'agents rationnels à un environnement fluctuant ». Pour Pierre Malgrange, c'est dans de tels cadres que devaient désormais être posés les problèmes à propos desquels les économistes sont sollicités⁴⁸.

44. Une différence notable avec la courbe de Phillips traditionnelle provient de ce que la relation porte sur les prix au lieu des salaires, mais surtout que c'est l'inflation future anticipée qui intervient et non l'inflation passée.

45. Les perturbations stochastiques dans les modèles DSGE peuvent donner parfois l'impression d'être introduites de façon ad hoc, par exemple au niveau de chaque équation sans que leur sens économique soit parfaitement clair. Ce caractère non structurel de ces chocs a donné lieu à de sérieuses critiques méthodologiques, telle celle de Chari, Kehoe et McGrattan (2008), « New Keynesian models : not yet useful for policy analysis », Federal Reserve of Minneapolis, *Research Department Staff Report*, 409.

46. Ceci exige des outils de simulation particuliers réalisant la résolution simultanée du présent et du futur, par rapport aux modèles traditionnels dans lesquels l'équilibre à une période donnée ne dépendait que du passé.

47. Le numéro spécial d'*Économie et Statistique : La modélisation macroéconomique Continuités, tensions*, dont Pierre Malgrange a co-dirigé la mise au point, présente des éléments d'appréciation des deux traditions de la modélisation auxquelles il a consacré sa vie scientifique (le keynésianisme de la synthèse, et la nouvelle synthèse néo-classique). Sur ce point, on peut se reporter à l'annexe 1 « Des modèles plus complémentaires que substituables » page 207 de l'article de Cabannes *et al.* (2012), déjà mentionné. Cet article explique en outre pourquoi les modèles néo-keynésiens demeurent très utilisés dans l'administration économique.

48. On peut à cette occasion mentionner l'intérêt qu'il portait aux travaux liés au groupe de travail « Dynare » de Michel Julliard au Cepremap, Ce groupe a développé une plateforme méthodologique à laquelle peuvent se raccrocher bien des travaux particuliers.

5. Derniers mots

Parmi ses derniers projets, inquiet du constat de la montée d'inégalités patrimoniales et de revenu, il eût voulu avoir le temps pour construire un modèle incorporant les effets des inégalités sur la croissance. Mais le temps lui était trop compté pour cela. C'est l'occasion de rappeler qu'il portait intérêt à bien des questions relevant de spécialités de la science économique éloignées de la sienne.

On doit aussi de souligner l'importance qu'avaient pour lui ses enseignements, à l'Ensaë et à l'Université Catholique de Louvain. Transmettre ses acquis, tout en les confrontant à d'autres, était une partie essentielle de sa vie.

Pleinement investi dans sa responsabilité de rédacteur en chef d'Économie et Prévision, et ce pendant près de 14 années, de 1997 à 2010, il sut inciter, conseiller, pousser chacun à donner le meilleur de lui-même, sur la base du crédit que lui conféraient la profondeur de ses connaissances et la confiance qu'il inspirait. Il donna ainsi « de l'importance et (de) la visibilité à la revue », pour reprendre les termes de l'éloge que fit de lui l'AFSE, dont il fut le Secrétaire Général de 2001 à 2010⁴⁹.

Crédit et confiance, c'est ce que retiendront de lui beaucoup de ceux qui l'ont connu ou croisé, et ce bien au-delà du cercle de ses proches.

49. <https://www.afse.fr/fr/news/hommage-a-pierre-malgrange-1979>. On peut rappeler à cette occasion que Pierre fut aussi, dans les années 1970 et 1980, rédacteur en chef des *Annales de l'Insee*.

6. Bibliographie partielle

Cette liste ne contient que les travaux de Pierre Malgrange, énumérés dans l'ordre des thèmes du texte. *Elle ne contient pas toutes ses publications*, et a seulement pour but d'illustrer son cheminement.

Plan, Budgets Économiques : l'opération Optimix

Pierre Malgrange (1970), « Critères de choix en avenir incertain : ébauche d'un algorithme d'optimisation », *Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle. Série Verte*, 4(V2) : 65-76.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1972), « Informations et politiques dynamiques contraléatoires », *Annales de l'Insee*, 9 : 3-48.

Roger Guesnerie et Pierre Malgrange (1972), « Formalisation des objectifs à moyen terme. Application au VIème Plan », *Revue économique*, 23(3), 442-492, in numéro spécial *La rationalisation des choix budgétaires*, « Introduction » : « Calcul économique et rationalisation des choix budgétaires », par Yves Ullmo : 355-357.

Michel Deleau, Roger Guesnerie et Pierre Malgrange (1973a), « Planification, incertitude et politique économique. I. L'opération Optimix : une procédure formalisée d'adaptation du Plan à l'aléa », *Revue économique*, 24(5) : 801-836.

Michel Deleau, Roger Guesnerie et Pierre Malgrange (1973b), « Planification, incertitude et politique économique. II. L'opération Optimix : résultats numériques », *Revue économique*, 24(6) : 1072-1103.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1974), « Informations and contrastochastic dynamic economic policies », *European Economic Review*, 5 : 159-175.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1979), « Efficient stabilisation of economic systems: some global analytical results for the linear-quadratic case », *European Economic Review* 12(1) : 17-51.

Michel Deleau, Cuong Le Van et Pierre Malgrange (1984), « Stabilisation efficace des systèmes économiques en présence d'incertitude : Expérimentation avec une maquette du modèle DMS », *Revue économique*, 35(3) : 507-536.

Évaluations des modèles macro-économétriques

Patrick Artus, Michel Deleau et Pierre Malgrange (1986), *Modélisation macroéconomique*, Paris : Economica.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1975), « Méthodes d'analyse des modèles empiriques », *Annales de l'Insee*, 20 : 3-34.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1975), « Étude des mécanismes du modèle STAR », *Annales de l'Insee*, 20 : 35-93.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1978), *L'analyse des modèles macro-économiques quantitatifs*, Paris : Economica.

Michel Deleau, Pierre Malgrange et Pierre-Alain Muet (1981), « Une maquette représentative des modèles macroéconomiques », *Annales de l'Insee*, 42 : 53-92.

Pierre Malgrange (1985), « Sentiers stationnaires des modèles macroéconomiques : leçons de la maquette du Cepremap », dans Gilbert Ritschard et Daniel Royer Eds., *Optimalité et Structure*, Paris : Economica, 173-194.

Cuong Le Van et Pierre Malgrange (1988), « Hiérarchie temporelle dans un modèle macroéconomique. Applications à une maquette du modèle METRIC », contribution à Jacques Demongeot et Pierre Malgrange Eds. *Biologie et économie : les apports de la modélisation*, Presses Universitaires de Dijon.

Calcul et interprétation des valeurs propres

Pierre Malgrange (1972), « Étude analytique du modèle « Deca » », *Annales de l'Insee*, 11 : 85-139.

Pierre Malgrange (1981), « Note sur le calcul des valeurs propres d'un modèle macroéconométrique », *Annales de l'Insee*, 41 : 67-77.

L'évaluation de 20 ans de prévisions macroéconomiques⁵⁰

Catherine Doz et Pierre Malgrange (1992), « Modèles VAR et prévisions à court terme », *Économie et Prévision*, 106(5) : 109-122.

Didier Borowski, Carine Bouthevillain, Catherine Doz, Pierre Malgrange et Pierre Morin (1991), « Vingt ans de prévisions macroéconomiques : une évaluation sur données françaises », *Économie et Prévision*, 99(1-3) : 43-65.

Équilibres partiels

Jean-Pascal Benassy, Denis Fouquet et Pierre Malgrange (1975), « Estimation d'une fonction de production à générations de capital pour l'industrie », *Annales de l'Insee*, 19 : 3-55.

Frédéric Boissay et Pierre Malgrange (1997), « Intégration monétaire et financière dans les modèles macroéconomiques : bilan et nouvelles pistes », *Revue française d'économie*, 12(3) : 3-42.

Rahim Loufir et Pierre Malgrange (1997), « Une étude comparative des comportements salariaux en Allemagne, en France et aux Pays-Bas », *Économie et Prévision*, 128 : 115-129.

Pierre Malgrange et Pierre Villa (1984), « Comportement d'investissement avec coût d'ajustements et contraintes quantitatives », *Annales de l'Insee*, 53 : 31-61.

L'intégration des anticipations dans une maquette représentative

Jean-Pierre Laffargue et Pierre Malgrange (1987), « Rationalité des comportements et des anticipations dans les blocs réels des modèles macro-économiques », *Recherches économiques de Louvain*, 53(3) : 203-222.

Jean-Pierre Laffargue, Pierre Malgrange et Thierry Pujol (1992), « Une maquette trimestrielle de l'économie française avec anticipations rationnelles et concurrence monopolistique », *L'Actualité Économique*, 68(1-2) : 225-261.

Pierre Malgrange (1996), « Vers une modélisation macroéconomique rationnelle ? », *Économie et Prévision*, 125 : 61-72.

Méthodologies

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1980), « L'agrégation temporelle des modèles dynamiques linéaires », *Annales de l'Insee*, 37 : 7-23.

Michel Deleau et Pierre Malgrange (1982), « Aggregation over time of linear economic models », contribution à E.G. Charatsis, ed., *Selected Papers on Contemporary Econometric Problems*, Athens School of Economics and Business Science.

Rose-Anne Dana et Pierre Malgrange (1983), « Propriétés dynamiques d'une version discrète d'un modèle de croissance cyclique », *Cahiers du Séminaire d'Econométrie*, 25 : 109-137.

Rose-Anne Dana et Pierre Malgrange (1984), « The dynamics of a discrete version of a growth cycle model », contribution à Jean-Pierre Ancot, ed., *Analysing the Structure of Econometric Models*, Nijhoff-Kluwer.

Jean-Michel Grandmont et Pierre Malgrange (1986), « Nonlinear economic dynamics : Introduction », *Journal of Economic Theory*, 40 : 3-12.

Raouf Boucekkine, Michel Juillard et Pierre Malgrange (1997), « Precision performances of terminal conditions for short time horizons forward-looking systems », *Computational Economics*, 10 : 169-186.

50. Il s'agit là des articles issus de la participation de Pierre Malgrange au groupe de travail de la Direction de la Prévision qui de 1989 à 1992 fut chargé d'évaluer la qualité des prévisions macroéconomiques des vingt années antérieures. Il avait en particulier contribué à la réflexion sur le thème de leur rationalité, et (co)estimé un VAR pour en apprécier les qualités prédictives à des horizons divers.

Keynes, Lucas D'une macroéconomie à l'autre

Michel De Vroey et Pierre Malgrange (2007), « Théorie et modélisation macroéconomique, d'hier à aujourd'hui », *Revue française d'économie*, 21(3) : 3-38.

Michel De Vroey et Pierre Malgrange (2012), « Klein et l'émergence de la modélisation macroéconomique », *Économie et Statistique*, 451-453 : 21-30.

Jean-Pierre Laffargue, Pierre Malgrange et Pierre Morin (2012) « La « nouvelle synthèse néoclassique » : une introduction », *Économie et Statistique*, numéro spécial *La modélisation macroéconomique Continuités, tensions*, 451-453 : 31-44.