DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGE

A L'INTERIEUR DU SME

Sanvi AVOUYI-DOVI*
Jean-Pierre LAFFARGUE**

N° 9 3 0 1

Service d'Etudes Economiques et Financières (FOE), Caisse des Dépôts et Consignations.

^{**} Université de Paris I et CEPREMAP.

RESUME

DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGE A L'INTERIEUR DU SME

Cet article propose une interprétation du fonctionnement du SME dans les années quatre-vingts. Il apparaît que les francs français et belge ont été stabilisés autour de parités centrales officieuses, qui étaient révisées de temps en temps. En revanche le taux de change de la lire et de la couronne danoise ont suivi des marches aléatoires avec des sauts épisodiques. La méthode économétrique utilisée permet de calculer les parités centrales officieuses, les dates de leurs réalignements, et les probabilités que les marchés attribuaient à ceux-ci pour le futur proche.

Mots clés : Système Monétaire Européen, filtre de Kalman, zone-cible, mouvement brownien contrôlé.

ABSTRACT

EXCHANGE RATE DYNAMICS INSIDE THE EMS

This paper gives an interpretation of the working of the EMS in the eighties. On one hand French franc, Belgium franc, and Irish pound, appear to have been stabilized around implicit central parities, which were revised from time to time. On the other hand, lira and Danish crown have followed a random walk with jumps. The econometric method we have used, computes implicit central parities, the times of their realignments and the probabilities that the market gave to them for the near future.

Keywords: European Monetary System, Kalman filter, target-zone, regulated brownian motion.

JEL Code: F31, F33.

INTRODUCTION

A la suite d'un article de KRUGMAN (1991), la modélisation des taux de change bilatéraux entre monnaies membres d'un système de monétaire, a fait l'objet d'une littérature théorique serpent abondante, ainsi que de vérifications empiriques sur le Système Monétaire Européen (voir AVOUYI-DOVI et LAFFARGUE (1992) pour une revue de littérature récente). Ces travaux mettent en évidence le rôle stabilisateur des anticipations. Celui-ci apparaît cependant sensible à la nature des interventions des Banques Centrales et à leurs politiques monétaires. En particulier, il semble douteux que les tests statistiques arrivent à discriminer entre un système de serpent monétaire et celui de changes flexibles impurs où l'intensité des interventions d'une Banque Centrale croîtrait linéairement avec l'écart de la parité de sa monnaie à son cours pivot, sans référence à de quelconque bornes de variation. Un avantage de cette seconde spécification est que, sous les hypothèses couramment adoptées dans serpent monétaire, elle conclut littérature sur le logarithme du taux de change suit un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK.

BERTOLA et SVENSSON (1991) ont introduit, de façon élégante, la modélisation du risque de réalignement de la parité centrale officielle. L'écart des taux d'intérêt à court terme entre deux monnaies membres d'un même système de serpent a alors deux composantes. La première résulte du risque de variation du taux de change à l'intérieur de sa bande autorisée. La seconde reflète la possibilité d'un réalignement.

L'observation des parités par rapport au mark dans le SME, semble mettre en évidence des fluctuations d'ampleur très limitée au voisinage de parités centrales officieuses, qui sont périodiquement revues. Entre les réalignements officiels d'autres prendraient place selon un schéma apparemment discrétionnaire.

Dans cet article nous ne donnons aucun statut privilégié aux réalignements officiels des parités centrales. Nous supposons que le logarithme d'un taux de change suit un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK au voisinage d'une valeur de référence non déclarée. Cependant celle-ci est altérée de temps en temps, et la probabilité de cet

événement peut être inférée de l'écart des taux d'intérêt et de la position du taux de change par rapport à sa parité de référence. Nous estimons alors pour les taux de change par rapport au mark de cinq devises européennes (francs français et belge, lire, couronne danoise et livre irlandaise) les paramètres du processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK, les trajectoires des variables latentes que sont les parités de référence officieuses, et les probabilités que le marché attribue à un réalignement prochain de ces parités. Nous utilisons à ces fins des données de périodicité hebdomadaire, pour la décennie quatre-vingts, portant sur les taux de change et d'intérêt¹.

La procédure d'estimation n'est pas classique ; elle exige donc des précisions. A un instant donné la formalisation de l'évolution que connaîtra un taux de change au cours de la période qui suit, peut se mettre sous la forme de deux modèles état-mesure, ayant chacun une certaine probabilité ex-ante de prévaloir. Celles-ci sont évidemment liées à l'écart des taux d'intérêt. Le premier des deux modèles est associé à l'absence d'un réalignement et le second au contraire à la présence de celui-ci. HARRISON et STEVENS (1976) ont proposé, et WEBER (1988, 1991) a appliqué, une extension du filtre de KALMAN qui fournit un calcul approché des prévisions, mises à jour et lissages des variables latentes des deux modèles, ainsi que des probabilités de chacun d'entre eux. Nous appliquons cette méthode à notre problème.

Notre modélisation s'avère satisfaisante pour les francs français et belge et pour la livre irlandaise. En revanche la lire et la couronne danoise ne présentent aucune stabilisation de leurs taux de change en direction de valeurs de référence. La dynamique de la parité de chacune de ces deux monnaies est la somme d'une marche aléatoire et d'un processus de saut dont l'amplitude a une espérance positive.

Une revue de la littérature récente relative au sujet étudié est proposée dans la première section. La seconde présente un modèle du taux de change d'une monnaie du SME par rapport au mark. Les résultats empiriques sont donnés et commentés dans les deux dernières sections. Les annexes exposent la méthodologie économétrique utilisée.

1. ETAT DE LA QUESTION

1.1. <u>L'analyse économique du système de serpent monétaire en l'absence de réalignements</u>

Un système de serpent monétaire contraint les nations qui y adhèrent à empêcher leurs parités bilatérales, ou celles par rapport à un panier de devises des pays membres, de sortir d'une bande de variation préétablie. Le modèle de base d'un tel système [KRUGMAN (1991)] repose sur l'équation suivante reliant les logarithmes des valeurs courantes du taux de change et du fondamental entre deux monnaies, s et f respectivement :

(1) $s = f + \theta E (ds / dt)$.

E désigne l'opérateur espérance mathématique, conditionnellement à l'information disponible à la date t. Cette relation peut être déduite, par exemple, du modèle monétaire de la balance des paiements et des hypothèses de parité absolue des pouvoirs d'achat et des taux d'intérêt non couverts. θ représente alors l'élasticité de la demande de monnaie par rapport au taux d'intérêt, et f est la différence des logarithmes de l'offre de monnaie entre les deux pays.

Le taux de change est contraint à ne pas sortir d'un intervalle préétabli (s_1, s_2) en la pérennité de laquelle croit le marché. A cette fin les Banques Centrales laissent évoluer librement le fondamental à <u>l'intérieur</u> d'une bande (f_1, f_2) . Quand f atteint sa borne supérieure (inférieure), f est <u>légérement</u> diminué (augmenté) par une <u>intervention</u>, par exemple sur le marché des changes mais peut-être aussi sur le marché monétaire. La dernière hypothèse du modèle est qu'à <u>l'intérieur</u> de (f_1, f_2) , f suit un mouvement brownien :

(2)
$$df = \sigma dz$$
,

où z est un processus de WIENER. L'évolution du taux de change est alors déterminée par son lien avec le fondamental, c'est-à-dire par la fonction s(f). Elle est représentée sur le graphique 1.

Ici GRAPHIQUE 1

Les éléments importants de ce graphique sont l'égalité de $s(f_i)$ à s_i (i=1, 2), c'est-à-dire la compatibilité des bandes du taux de change et du fondamental, et la nullité des dérivées $s'(f_i)$, souvent appellée "smooth pasting condition". De plus s'(f) est inférieur à 1. Si les changes étaient flexibles purs, s'(f) serait égal à l'unité. Ainsi à l'intérieur de la bande d'intervention les anticipations du marché stabilisent le taux de change en le rendant moins sensible aux variations du fondamental ("honeymoon effect").

DELGADO et DUMAS (1991) amendent ce modèle en introduisant des interventions intramarginales. Ils modélisent celles-ci en supposant qu'à l'intérieur de son domaine de variation (f_1, f_2) , le fondamental suit un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK :

(3)
$$df = -\rho (f - f^*) dt + \sigma dz$$
, $\rho > 0$.

 f^* désigne le centre de la bande du fondamental, et ρ mesure l'importance de ces nouvelles interventions. Ces auteurs déterminent l'expression analytique de la fonction s(f). Sa représentation est similaire à celle figurant sur le graphique 1. Mais plus ρ est élevé, plus la pente de la tangente au point d'inflexion est faible, et plus la partie de la courbe qui se confond pratiquement avec cette tangente est importante. Cela se comprend aisément : si ρ est grand, les interventions intramarginales suffisent presque à stabiliser le taux de change à l'intérieur de sa bande de variation. Les interventions à la marge jouent alors un rôle faible, et nous sommes proche du cas où elles n'existeraient pas. Dans celui-ci, qu'on peut qualifier de système de changes flexibles impur, nous aurions comme expression de s(f):

(4)
$$s(f) = (f + \theta \rho f^*) / (1 + \theta \rho)$$
.

Quand ρ est suffisamment fort pour que cette relation constitue une bonne approximation linéaire du lien entre le fondamental et le

taux de change, ce dernier suit aussi un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK.

LINDBERG et SÖDERLIND (1991) estiment le modèle de DELGADO et DUMAS, par la méthode des moments, pour la couronne suédoise (qui est contrainte à évoluer dans une bande dont la valeur centrale est fixée par rapport à un panier de monnaies), et concluent que ρ est élevé.

Notons que le fondamental f n'est pas observable. FLOOD, ROSE et MATHIESON (1991) l'estiment pour les différentes monnaies du SME dans leurs relations avec le mark, à partir de l'équation (1). Ils remplacent dans celle-ci E(ds/dt) par l'écart de taux d'intérêt avec l'Allemagne pour une maturité de deux jours, et attribuent à θ des valeurs déduites des études économétriques sur la demande de monnaie. Ils sont ainsi en mesure de tracer pour chaque monnaie européenne, et entre chaque paire de réalignements successifs, le nuage de points (f, s), avec une périodicité journalière. Ils observent alors la présence d'un "honeymoon effect" ; mais la non-linéarité qui apparaît sur le graphique 1 n'est pas significative.

MEESE et ROSE (1990) testent par une méthode non paramétrique, sur les mêmes données, la linéarité contre la non-linéarité d'une représentation autorégressive du taux de change (la discrétisation d'un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK conduit à un AR(1) linéaire). Ils ne peuvent pas rejeter la première hypothèse. En utilisant une procédure économétrique différente, PESARAN et SAMIEI (1991) rejettent l'hypothèse de linéarité pour la parité franc français-mark au cours des années quatre-vingts. Cependant cette hypothèse ne peut être distinguée par ces auteurs de celle de l'absence d'"honeymoon effect", qui est presque toujours rejetée par les études empiriques.

Le modèle de KRUGMAN (1991) conduit à une distribution non conditionnelle du logarithme du taux de change en forme de U. FLOOD, ROSE et MATHIESON (1990), en opérant encore entre réalignements successifs, obtiennent pour les monnaies européennes des distributions parfois bimodales, parfois unimodales. LINDBERG et SÖDERLIND (1991) montrent que la première disposition s'obtient quand les interventions intramarginales sont faibles (ρ bas), et la seconde dans le cas contraire. Compte tenu de leur forte valleur estimée de

 ρ , il n'est pas surprenant que la densité du taux de change de la couronne suédoise soit unimodale.

Un dernier résultat concerne l'écart des taux d'intérêt à court terme. Selon le modèle de KRUGMAN (1991) cette grandeur est une fonction décroissante et non-linéaire du taux de change : quand celui-ci est près de son plafond (la monnaie du premier pays est faible), il ne pourra que peu progresser, mais beaucoup diminuer ; en conséquence l'écart des taux d'intérêt est négatif (le taux d'intérêt la nation 1 que chez plus dans son partenaire). bas L'introduction d'interventions intramarginales importantes (\rho \, \ellere\) ne modifie pas le sens de variation de cette fonction, mais la rend beaucoup plus proche d'une relation linéaire, comme le montrent LINDBERG et SÖDERLIND (1991). FLOOD, ROSE et MATHIESON (1991) n'observent pas de liaison nette entre écarts d'intérêts (pour une maturité de deux jours) et taux de change. LINDBERG et SÖDERLIND obtiennent des corrélations positives aux différentes maturités.

1.2. Les réalignements des parités centrales

Jusqu'à présent nous avions supposé que la bande de variation du taux de change était irrémédiablement fixe. Il n'en a pas été ainsi dans le SME. Pour tenir compte de ce fait BERTOLA et SVENSSON (1991) amendent le modèle de KRUGMAN en remplaçant (2) par :

(5)
$$df = \sigma dz + g dN$$
.

dN est un processus de Poisson ayant une probabilité π dt de connaître un saut d'amplitude 1 au cours de la période dt qui suit. g est une variable aléatoire. BERTOLA et SVENSSON (1991) admettent que π et la distribution de g puissent varier au cours du temps ; plus précisément ils supposent que le taux anticipé de dévaluation : π Eg, suit un mouvement brownien.

Ces auteurs considèrent que les parités, effective et centrale, connaîssent les mêmes sauts que le fondamental². L'avantage de leur formulation est que si π augmente, c'est-à-dire si une dévaluation devient plus probable, il en est de même, toutes choses égales par

ailleurs, du taux de change et de l'écart des taux d'intérêt. La corrélation positive qui s'établit ainsi entre les deux dernières variables, peut l'emporter sur celle négative à laquelle conclut le modèle de KRUGMAN, ce qui expliquerait pourquoi cette dernière n'est pas souvent observée dans la réalité.

ROSE et SVENSSON (1991) s'inspirent de cette analyse dans leur étude de la parité du franc français par rapport au mark. Ils estiment π Eg par la différence entre l'écart d'intérêts à un mois entre la France et l'Allemagne, et la dépréciation anticipée du franc réalignement. L'expression de conditionnellement à l'absence analytique de cette dernière en fonction du taux de change et de la maturité considérée (ici un mois) a été calculée par SVENSSON (1991). Ces auteurs préfèrent cependant estimer directement cette relation en entre chaque paire de réalignements successifs, régressant, variation relative que connaîtra le taux de change au cours du mois qui suit, sur l'écart de la valeur courante de celui-ci à sa parité centrale, et sur d'autres variables prenant en compte notamment les non-linéarités éventuelles. Ils vérifient ensuite qu'on ne peut pas rejeter la présence d'une racine unitaire dans π Eg, ce qui est cohérent avec l'hypothèse que cette grandeur suit un mouvement brownien. Ils calculent la série du fondamental entre chaque paire de réalignements successifs, comme FLOOD, ROSE et MATHIESON (1991), mais en soustrayant au taux de change sa parité centrale, et en recourant estimation de la dépréciation anticipée du conditionnellement à l'absence du réalignement. Ils tracent alors les graphes de l'écart de la parité effective à la parité centrale par rapport à ce fondamental, et obtiennent des configurations similaires à celle du graphique 1, avec le "honeymoon effect", et de façon moins nette les non-linéarités. FRANKEL et PHILLIPS (1991) étendent cette analyse à l'ensemble des monnaies du SME et à une période plus récente, en substituant aux écarts d'intérêts des mesures directes des prévisions à différentes échéances des taux de change par les opérateurs du marché. Leurs estimations de π Eg peut s'interpréter comme une mesure de la crédibilité des parités officielles. Celle du florin hollandais a toujours été très forte. Au cours de l'année 1990 les autres devises du SME, sauf la livre irlandaise et à un degré moindre la lire, ont partagé cette qualité. Ce résultat explique la corrélation négative observée entre taux de change et d'intérêts à 12 mois, de janvier 1990 à juillet 1991 pour la couronne, le franc français et la lire. Cette liaison négative s'observe depuis plus longtemps pour le florin.

WEBER (1991) utilise la méthode du "multiprocess Kalman filtering" qui sera précisée plus bas, pour enlever de l'écart des taux d'intérêt entre la France et l'Allemagne la composante non stationnaire à accroissements indépendants, assimilée au taux de dévaluation anticipée. La corrélation de la série corrigée avec le taux de change prend alors le signe négatif adéquat.

1.3. Bandes de variation officielle et officieuse du taux de change

L'ensemble des travaux précédents repose sur l'idée que les bandes de variation définies par le SME sont celles dont se préoccupent les Banques Centrales. Cependant FLOOD, ROSE et MATHIESON (1991) remarquent que les taux de change évoluent sur des plages plus étroites que celles qui sont théoriquement autorisées. Cela suggère l'existence de bandes officieuses, défendues par les autorités monétaires, et incluses dans celles officielles. DOMINGUEZ et KENEN (1991) examinent cette thèse avec soin et concluent qu'elle fut valide avant l'Accord de Bâles-Nyborg du 12 septembre 1987, mais que depuis cette date les Banques Centrales européennes ont laissé les taux de change fluctuer beaucoup plus librement dans leurs bandes de variation autorisée, et sont intervenues beaucoup moins à l'intérieur de celles-ci.

Une première évaluation de ces considérations peut être déduite de l'examen des graphiques 2. Ceux-ci représentent l'évolution des taux de change du franc français et de la lire par rapport au deutsche mark au cours des années quatre vingts, avec une périodicité hebdomadaire. Ils incluent aussi les bandes officielles de variations des parités. Les logarithmes des taux de change du franc belge, de la couronne danoise et de la livre irlandaise figurent dans les graphiques 6c3, 6d2 et 6e3.

Ici GRAPHIQUES 2

Nous constatons que ces taux évoluent autour de paliers appellerons ici parités désirées. Les successifs que nous "dévaluations" celles-ci sont plus nombreuses les de réalignements des parités centrales officielles. Les mouvements d'un taux de change autour de sa valeur de référence sont beaucoup moins amples que ceux autorisés par le SME. Privilégier les parités centrales et réalignements officiels et ignorer les parités désirées et les modifications de celles-ci, peut altérer la validité des études empiriques. Nous choisissons dans cet article de ne pas les distinguer.

2. SPECIFICATION DU MODELE

Les développements qui précèdent suggèrent de modéliser le logarithme du taux de change s d'une monnaie du SME par rapport au mark par :

(6)
$$ds = k (s^* - s) dt + \sigma' dz + \nu dn , k > 0 ,$$

(7) $ds^* = \nu dn .$

dz est un processus de WIENER réduit, dn un processus de POISSON d'intensité λ variant au cours du temps, s est la parité centrale "officieuse" ou désirée, qui diffère le plus souvent de l'officielle et qui n'est pas observable. ν est une variable aléatoire gaussienne, indépendamment et identiquement distribuée, d'espérance μ et d'écart type δ ; dn et dz sont indépendants. Nous remarquons que s suit un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK entre deux réalignements, qui sont modélisés conformément à l'idée de BERTOLA et SVENSSON (1991).

L'écriture en temps discret de (6) et (7) est (voir annexe 1) :

(8)
$$s_{t} - s_{t}^{*} = K (s_{t-1} - s_{t-1}^{*}) + \kappa_{t}$$
 , $0 < K < 1$,

(9)
$$s_t^* = s_{t-1}^* + \xi_t \nu_t$$
, pour $t = 1,...,T$.

 κ_{t} et ν_{t} sont deux innovations gaussiennes, non corrélées entre elles, d'espérances et de variances respectives $(0, \sigma^2)$ et (μ, δ^2) . ξ_{t} est une variable aléatoire qui, conditionnellement à l'information disponible à la date (t-1), prend les valeurs 1 ou 0 avec les probabilités respectives λ_{t-1} et $(1-\lambda_{t-1})$. Seul s_{t} est observable, mais λ_{t-1} est supposé connu à la date (t-1) par le public, mais pas par le modélisateur. Nous disposons cependant de l'écart du taux d'intérêt à un mois avec l'Allemagne, i_{t-1} , ce qui va nous permettre de calculer λ_{t-1} .

Les données utilisées sont à périodicité hebdomadaire. Si nous assimilons le mois à quatre semaines, et si nous remarquons que i est mesuré en pour cent par an, la théorie de la parité des taux d'intérêts non-couverts donne :

(10)
$$(4 / 52) i_{t-1} / 100 = E_{t-1} E_{t+3} - E_{t-1}$$
,

où $_{t-1}^{}E$ désigne l'espérance conditionnelle à l'information disponible à la date (t-1). Nous déduisons de (8) et (9) :

(11)
$$_{t-1}^{}E (s_{t+3} - s_{t+3}^{*}) = K^{4} _{t-1}^{}E (s_{t-1} - s_{t-1}^{*})$$
,

(12)
$$_{t-1}^{E} E s_{t+3}^{*} = _{t-1}^{E} E s_{t-1}^{*} + 4 \mu \lambda_{t-1}$$

L'équation (12) repose sur l'hypothèse que le nombre anticipé de changements de la parité de référence au cours des quatre semaines à venir, suit une loi binomiale de paramètres 4 et λ_{t-1} . En additionnant les équations (11) et (12), et en substituant dans (10), nous obtenons :

(13)
$$\lambda_{t-1} = [i_{t-1} / 5200 + ((1 - K^4) / 4) _{t-1} E(s_{t-1} - s_{t-1}^*)] / \mu$$
.

Si : K = 0, c'est-à-dire en l'absence de réalignements le taux de change suit un processus brownien, (8) se réécrit :

(14)
$$ds = \sigma dz + \nu dn$$
.

Si nous ajoutons l'hypothèse que l'intensité du processus de POISSON ne change pas au cours du temps, cette équation peut être facilement estimée par le maximum de vraisemblance. C'est ce que font AKGIRAY et BOOTH (1988) sur données journalières, pour les taux de change de trois monnaies européennes par rapport au dollar couvrant la période 1975-1985, et en ajoutant un "drift à la composante brownienne. PERRAUDIN (1990) effectue un travail similaire pour la parité livre-dollar, mais en fixant l'amplitude des sauts (au lieu de la laisser aléatoire) et en ajoutant un second processus de POISSON. Ces trois auteurs concluent à des sauts de POISSON assez fréquents (avec une périodicité de quelques semaines), peu amples, mais significatifs.

Dans l'écriture à temps discret (8) et (9), supposons que $\xi_t \nu_t$ ne puisse prendre que deux valeurs μ_1 et μ_2 , avec les probabilités λ_{t-1} et $(1-\lambda_{t-1})$. Si nous faisons de plus l'hypothèse que λ_{t-1} ne dépende que de la valeur prise effectivement par $\xi_{t-1} \nu_{t-1}$, nous avons un modèle que HAMILTON (1989) et LAM (1990) appliquent à un problème économique différent. Ces auteurs donnent une méthode exacte pour calculer les valeurs numériques de la fonction de vraisemblance, et donc pour estimer le modèle. Ils proposent une procédure exacte de lissage, qui permet d'estimer la valeur prise par $\xi_t \nu_t$ à chaque date, conditionnellement à l'observation de l'ensemble de l'échantillon. Leur méthode s'applique plus précisément au cas où l'équation (8) est un processus autorégressif de n'importe quel ordre, qui doit contenir une racine unitaire chez HAMILTON, mais qui ne présente pas cette restriction chez LAM.

ENGEL et HAMILTON (1990) traitent le cas où : K = 1, et ajoutent un "drift" dans l'équation (8). Mais ils étendent l'apport d'AKGIRAY et BOOTH en faisant sur la probabilité des sauts la même hypothèse que HAMILTON (1989) : la probabilité d'un saut à la date t dépend seulement de la présence ou de l'absence de saut à l'instant (t - 1). Les procédures développées par HAMILTON (1989) s'étendent aisément à ce cas. ENGEL et HAMILTON (1990) l'appliquent aux taux de change de trois monnaies européennes par rapport au dollar, de 1973 à nos jours, en fréquence trimestrielle. Leur principale conclusion est la présence d'un cycle long dans ces taux.

Le calcul de la vraisemblance et le lissage de notre modèle ne peuvent pas être effectués de façon exacte. HARRISON et STEVENS (1976) ont proposé une méthode de prévision et de filtrage approchés. WEBER (1988) a introduit cette méthode en économie ; une application

en est donnée dans WEBER (1991). Elle peut être facilement adaptée pour permettre le calcul de notre fonction de vraisemblance, et peut s'interpréter comme une généralisation des filtres de KALMAN et de HAMILTON (1989). Elle peut ensuite être aisément étendue à la résolution du problème du lissage.

3. ESTIMATION DU MODELE

3.1. Données, méthodes et résultats

Les données utilisées sont tirées de la base de données de Data Resources Incorporated (DRI). Elles ont une périodicité hebdomadaire³. Elles couvrent la période allant du 12 novembre 1980 (1980/46) au 4 avril 1990 (1990/14) et représentent donc 491 points (il y a 53 mercredis en 1980 et 1986). Elles concernent les taux de change de cinq devises européennes - franc français, lire, franc belge (commercial⁴), couronne danoise et livre irlandaise - par rapport au mark, et les taux d'intérêt à un mois en France, Italie, Belgique, Danemark, Irlande et Allemagne. Pour le Danemark et l'Irlande nous n'avons disposé du taux d'intérêt qu'à partir du 8 octobre 1986 (1986/33) ce qui a réduit notre échantillon à 191 points.

Chaque monnaie a donné lieu à une estimation sur la totalité de la période pour laquelle nous disposons de données. Mais les équations du franc français, de la lire et du franc belge ont aussi été estimées sur une période plus réduite commençant le 8 octobre 1986, ce qui nous a permis de tester entre autres la stabilité des coefficients obtenus.

L'annexe 2 montre comment le modèle peut être écrit sous la forme état-mesure d'une part, et comment des prévisions et des mises jour approchées des variables d'état, ainsi log-vraisemblance, peuvent être calculées d'autre part. La maximisation de celle-ci par rapport aux quatre paramètres à estimer : K, μ , σ et δ , a été effectuée par le programme OPTMUM de GAUSS. Celui-ci a été utilisé avec différents choix pour les valeurs initiales des paramètres, et a toujours convergé vers le même maximum, ce qui tend à prouver empiriquement que l'optimum est global. Ce programme fournit l'inverse du hessien de la fonction qu'il optimise ; son opposé est un estimateur de la matrice de variance-covariance des paramètres. Les résultats de l'estimation sont présentés dans le Tableau 1.

Ici TABLEAU 1

Les graphiques 3 représentent l'évolution au cours du temps de λ_t , c'est-à-dire de la probabilité conditionnellement à l'information courante que la parité désirée s_t^* sera dévaluée au cours de la semaine à venir. λ_t peut s'interpréter comme une mesure de crédibilité à court terme de la parité désirée. L'équation (13) indique que λ_t est la somme de deux composantes. La première représente la contribution de l'écart d'intérêts à court terme : i_t / (5200 μ) ; la seconde est la contribution de l'écart des parités effective et "centrale" : $(1 - K^4)$ ($s_t - {}_t E s_t^*$) / (4μ) . On remarque que s_t^* n'étant pas observé, on doit lui substituer la meilleure évaluation possible à la date t, que donne la procédure de mise à jour décrite dans l'annexe 2.

ICI GRAPHIQUES 3

3.2. <u>Interprétation économique des résultats : les francs français et belge et la livre irlandaise</u>

Le taux de change de chacune de ces trois monnaies tend à revenir vers sa parité centrale officieuse s* quand elle s'en est écartée ; le paramètre K le plus élevé est obtenu pour le franc belge : 0,9375, ce qui correspond à un délai d'ajustement moyen de 15 semaines. L'amplitude des réalignements anticipés a une moyenne μ assez forte pour le franc français et la livre irlandaise, asez faible pour le franc belge. Mais leur variabilité δ est toujours élevée.

Les valeurs de la plupart des paramètres pour le franc français ne sont pas altérées si on restreint la période d'estimation aux quatre dernières années, mais la variabilité des réalignements est beaucoup plus faible. Pour le franc belge, celle-ci et l'espérance de leur amplitude sont réduites.

DOMINGUEZ et KENEN (1991) estiment que la dynamique du taux de change s'est modifiée après l'Accord de Bâles-Nyborg du 12 septembre 1987. Plus précisément selon ces auteurs on devrait observer une hausse de K après cette date, due à des interventions intramarginales moins forte, et une valeur plus élevée pour : σ^2 / (1 - K²), traduisant l'acceptation par les Banques Centrales de fluctuations plus amples des taux de change. Nos résultats concluent à la stabilité de ces deux expressions pour le franc français et à une baisse pour le franc belge, ce qui contredit la thèse de ces deux auteurs.

Pour les trois monnaies l'écart des taux d'intérêt avec l'Allemagne reflète principalement la probabilité d'un changement de la parité désirée, et à un degré moindre la position par rapport à celle-ci du taux de change effectif. Cette probabilité de réalignement est en général plus forte pour le franc belge, suivi par le franc français puis la livre irlandaise.

Pour le franc français λ est souvent supérieur à 25% de 1981 à 1983, une période qui a connu trois réalignements officiels importants du franc. Un problème de notre spécification est que l'espérance de l'ampleur des réalignements (officiels et officieux) reste fixée à 1,05%, alors que dans ces années troublées le marché faisait des prévisions souvent plus élevées. Notre modèle essaie de prendre cela en compte en affectant des probabilités élevées de réalignements répétés : avec un λ de 0,25 les probabilités de 1, 2 ou 3 réalignements au cours du mois à venir sont respectivement de 0,42, 0,21 et 0,047. Une remarque similaire peut être faite pour le franc belge.

3.3 <u>Interprétation économique des résultats : la lire et la couronne danoise</u>

Le logarithme du taux de change de chacune de ces deux monnaies suit une marche aléatoire combinée à des sauts de POISSON. Il n'y a

donc pas de stabilisation de ces devises en direction d'une parité désirée. Nous continuerons cependant à attribuer ce dernier terme à la composante "saut" du taux de change.

La procédure d'optimisation de la vraisemblance est appliquée non par rapport à K, mais par rapport au transformé de ce paramètre KK, avec : K = 1 - KK². Son résultat est : KK = 0 ; alors le hessien de la log-vraisemblance est singulier, et il n'est pas possible de calculer la matrice de variance-covariance des paramètres⁵. Nous ne pouvions donc pas obtenir d'estimation de K supérieure à 1, ce qui ne semble pas génant. Mais en plus notre spécification suppose un "drift" nul dans la marche aléatoire ; cette hypothèse est plus discutable et n'avait pas été retenue par AKGIRAY et BOOTH (1988). En fait notre modèle intègre la totalité du "drift" dans les sauts de POISSON.

Pour ces deux monnaies l'écart des taux d'intérêt avec l'Allemagne reflète uniquement la probabilité d'un saut de POISSON. L'ampleur de celui-ci a une espérance et un écart-type élevés pour la lire, faibles pour la couronne danoise. Les probabilités de réalignement en revanche sont faibles pour la lire et élevées pour la couronne.

3.4. Autocorrélation des erreurs de prévision

L'erreur de prévision à une période que donne le modèle, a été calculée pour chacun des cinq taux de change, selon les modalités décrites dans l'annexe A.2.4. Cette erreur, d'abord non normée, ensuite normée par son écart-type, a été régressée sur ses huit valeurs retardées et une constante. Cela a permis de tester la non-significativité de ces neuf grandeurs par un test de FISHER.

L'erreur de prévision est la plupart du temps faible, compatible avec la valeur estimée de σ du Tableau 1, et inférieure à un demi écart-type. Elle est quelquefois plus élevée (de deux à dix écart-types), essentiellement quand se produit un saut d'amplitude notable de la parité désirée. Sa distribution a donc une kurtosis supérieure à celle de la loi normale ; en conséquence le recours à un test de FISHER n'est sans doute pas légitime, et conduit à trop de

sévérité à l'égard de l'hypothèse nulle. En dépit de cette réserve nous nous sommes limités à ce test, dont le résultat est donné dans le Tableau 2.

ICI TABLEAU 2

Les séries temporelles des résidus non normés et normés ont des formes voisines, ce qui rend douteux la présence d'une hétéroscédasticité notable dans les premiers. Les seconds peuvent en revanche présenter une autocorrélation factice, résultant de la corrélation entre l'erreur de prévision d'une période et l'estimateur de l'écart-type de l'erreur de prévision de la période suivante.

Sur les résidus non normés l'hypothèse nulle de non autocorrélation n'est pas rejetée pour les francs français et belge, ainsi que pour la couronne danoise. Elle l'est pour la lire italienne et la livre irlandaise. Sur les résidus normés l'hypothèse nulle est rejetée en plus pour le franc français.

4. PREVISION DES VARIABLES LATENTES

4.1. Présentation des résultats

Dans cette section nous fixons les paramètres à leurs valeurs estimées sur la plus longue période disponible, et nous utilisons le modèle pour prévoir les variables latentes. Celles de la date t sont la probabilité que la parité désirée ait connu un saut entre les instants (t - 1) et t, la valeur de cette parité s_t^* , et son écart au taux de change observé : $s_t^* - s_t^*$. Ces grandeurs peuvent être évaluées conditionnellement à l'information courante, c'est-à-dire disponible à la date t ; on parle alors de mise à jour. Elles peuvent être aussi calculées en utilisant la totalité de l'information contenue dans l'échantillon d'observations ; on parle alors de lissage. La procédure de calcul utilisé pour celui-ci est décrite dans l'annexe 3.

Les graphiques 4 représentent les résultats de ces deux calculs pour les évolutions au cours du temps des probabilités de saut des parités désirées⁶.

ICI GRAPHIQUES 4

Les graphiques 5 représentent l'évolution au cours du temps de l'écart de la parité désirée à celle effective $(s_t - s_t^*)$, telle qu'elle est estimée par la procédure de lissage ou celle de mise à jour.

ICI GRAPHIQUES 5

Les graphiques 6 représentent l'évolution du taux de change désiré s_{t}^{*} , estimée par lissage et mise à jour, ainsi que celle de sa valeur effective.

ICI GRAPHIQUES 6

4.2. <u>Interprétation économique : les francs français et belge et la livre irlandaise</u>

Pour ces trois monnaies les mises à jour et les lissages des probabilités de saut se ressemblent 10 . La fréquence de probabilités de saut élevées est relativement faible pour la France et l'Irlande, et haute pour la Belgique (Graphiques 4a, 4c et 4e). On rappelle que l'espérance de l'amplitude des sauts, μ , est élevée pour les deux premiers pays et basse pour le dernier. Pour celui-ci les évolutions des taux de change effectif et désiré sont voisines (graphiques 6cl et 6c3), alors que pour le franc français et la livre irlandaise la simplicité de la structure temporelle du taux de change désiré contraste avec celle du taux de change effectif (graphiques 6al et 6a3 d'une part, 6el et 6e3 d'autre part).

En comparant les graphiques 4a, 6al et 6a3 nous constatons que pour le franc français les discontinuités les plus amples du taux de change sont prises en compte dans notre spécification par plusieurs sauts successifs plus petits. Un phénomène similaire s'observe pour la livre irlandaise (graphiques 4e, 6el et 6e3) et le franc belge (graphiques 4c, 6cl et 6c3).

Pour le franc français, et à un degré moindre pour le franc belge et la livre irlandaise, les prévisions de l'écart de la parité désirée à la parité effective, obtenues par mise à jour et par lissage, se ressemblent sur les dernières années, mais diffèrent nettement avant. L'estimation par lissage présente une tendance positive, et ce faisant, a une moyenne négative, au contraire de l'évaluation que donne la mise à jour.

4.3 Interprétation économique : la lire et la couronne danoise

Pour l'Italie et le Danemark l'estimation d'une valeur de 1 pour le paramètre K permet de réécrire les équations (8), (9) et (13) :

(8')
$$s_{t} - s_{t}^{*} = s_{t-1} - s_{t-1}^{*} + \kappa_{t}$$

(9')
$$s_{t}^{*} = s_{t-1}^{*} + \xi_{t} \nu_{t}$$
,

(13')
$$\lambda_{t-1} = i_{t-1} / (5200 \mu)$$
 , $t \ge 2$,

d'où :
$$s_{t-1} = \kappa_{t} + \xi_{t} \nu_{t}$$
.

 κ_{t} , ν_{t} et ξ_{t} sont temporellement indépendants. ξ_{t} prend les valeurs 1 ou 0 avec les probabilités respectives, évaluées à la date $(t-1):\lambda_{t-1}$ et $(1-\lambda_{t-1})$. On remarque que la valeur initiale s_{1}^{*} peut être choisie arbitrairement. Nous la fixerons à s_{1}^{*}

Les informations postérieures à la date t ne nous apprennent rien sur la valeur des aléas $\kappa_{\rm t}$, $\nu_{\rm t}$ et $\xi_{\rm t}$, et donc sur les variables latentes du modèle. En conséquence leur lissage ne diffère pas de leur mise à jour. Les graphiques 4 à 6 ne représentent que la première de ces évaluations.

La fréquence de probabilités de saut élevées est relativement faible pour l'Italie et haute pour le Danemark (graphiques 4b et 4d). On se rappelle que l'espérance de l'amplitude de ces sauts, μ , est élevée pour le premier pays et basse pour le second. Pour la couronne

les évolutions des taux de change effectif et désiré sont très voisines, alors que pour la lire la structure temporelle du taux de change désiré est plus régulière que celle du taux de change effectif (Graphiques 6d1 et 6d2 d'une part, 6b1 et 6b2 d'autre part).

On s'attend à ce que l'écart de la parité désirée à celle effective (s_t - s_t*) suive une marche aléatoire commençant au voisinage de zéro. Les graphiques 5b et 5d ne semblent pas contredire cette idée.

Il convient de remarquer que la composante marche aléatoire n'a contribué à la hausse du taux de change de la lire sur la période étudiée, que pour 7,5% sur une appréciation totale de l'ordre de 57%. L'essentiel de ce mouvement résulte donc des sauts de la parité désirée. Nous avons le même résultat pour la couronne danoise pour laquelle la composante marche aléatoire a contribué à une <u>baisse</u> du taux de change de 1,6% sur une appréciation de 4%.

CONCLUSION

Cet article a proposé une interprétation du fonctionnement du SME dans les années quatre-vingts. Il est apparu que les francs français et belge, ainsi que la livre irlandaise, avaient été stabilisés autour de parités centrales officieuses, qui étaient revues de temps en temps. En revanche les taux de change de la lire et de la couronne danoise avaient suivi des marches aléatoires, avec des sauts épisodiques. AKGIRAY et BOOTH (1988), et PERRAUDIN (1990), ont un résultat similaire à ce dernier pour les parités de monnaies européennes par rapport au dollar.

La question de la justification économique de ce rôle du SME n'est pas abordée dans cet article. Ce système a été caractérisé par des réalignements, officiels ou officieux, de moins en moins nombreux et amples, jusqu'à la mi-1992. Cette évolution est liée évidemment aux convergences des économies de la CEE. Mais la dynamique des taux de change intereuropéens que nous avons mise en évidence, était-elle la meilleure pour faciliter cette convergence ?

ANNEXE 1 ECRITURE DU MODELE EN TEMPS DISCRET

Nous agrégeons les équations (6) et (7) sur un intervalle de temps de durée 1 commençant à la date (t - 1). Posons : $Y_{\tau} = e^{k\tau} (s_{\tau} - s_{\tau}^*). \text{ Le lemme d'Itô montre que : } dY_{\tau} = e^{k\tau} \sigma' dz_{\tau}.$ Soit : $K = e^{-k}$, $\sigma^2 = \sigma'^2 (1 - K^2) / (2k)$. Nous avons :

$$Y_t - Y_{t-1} = \sigma' \int_{t-1}^t e^{k\tau} dz_{\tau} \equiv u_t$$

 u_t ayant une distribution normale centrée de variance σ^2 e^{2kt} . En remplaçant Y_t et Y_{t-1} par leurs expressions, et en posant : $\kappa_t = e^{-kt} u_t$, nous obtenons l'équation (8). Nous avons encore :

$$s_{t}^{*} - s_{t-1}^{*} = v_{t}^{*}$$
,

$$p(v_t) = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi(v_t; j \mu, j \delta^2) e^{-\lambda_{t-1}} \lambda_{t-1}^{j} / j!$$
.

 φ représente la densité de la loi normale dont l'espérance et la variance sont ses deux derniers arguments. Comme λ_{t-1} reste faible pour une périodicité hebdomadaire, nous pouvons approximer $p(v_t)$ par les deux premiers termes de la série, et nous obtenons l'équation (9).

ANNEXE 2

ECRITURE DU MODELE SOUS LA FORME ETAT-MESURE. PREVISION ET MISE A JOUR DES VARIABLES LATENTES. CALCUL DE LA VRAISEMBLANCE

A.2.1 Ecriture du modèle sous la forme état-mesure

Définissons le scalaire : $y_t = s_t$, les vecteurs : $\alpha_t' = (s_t^- s_t^* s_t^*)$, $c' = (0 \mu)$, z' = (1 1), et la matrice diagonale : T = diag(K 1). Pour la période s'écoulant de la date (t-1) à la date t le modèle (8), (9), déterminant le taux de change, peut être, soit $M^{(1)}$:

(15)
$$\begin{cases} y_{t} = z' \alpha_{t}, \\ \alpha_{t} = T \alpha_{t-1} + \eta_{t}^{(1)}, \end{cases}$$

où $\eta_t^{(1)}$ est le vecteur : $\eta_t^{(1)'} = (\kappa_t^{} 0)$, de matrice de variance-covariance diagonale : $Q^{(1)} = diag(\sigma^2 0)$; soit $M^{(2)}$:

(16)
$$\begin{cases} y_{t} = z' & \alpha_{t}, \\ \alpha_{t} = T & \alpha_{t-1} + c + \eta_{t}^{(2)}, \end{cases}$$

où $\eta_t^{(2)}$ est le vecteur : $\eta_t^{(2)} = (\kappa_t \quad \nu_t - \mu)$, de matrice de variance-covariance diagonale : $Q^{(2)} = \text{diag}(\sigma^2 \quad \delta^2)$. $\eta_t^{(1)}$ et $\eta_t^{(2)}$ suivent des lois normales centrées.

Les vecteurs d'état α_{t-1} et α_t ne sont pas observables. Appellons a_{t-1} la meilleure estimation que nous pouvons faire de α_{t-1} à la date (t-1), et P_{t-1} la matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation. Si nous savions que le modèle $M^{(1)}$ prévaudra pour la période à venir, le filtre de KALMAN nous donnerait comme prévision optimale en (t-1) de α_t : $a_{t/t-1} = T$ a_{t-1} . La matrice de variance-covariance de l'erreur de prévision serait : $P_{t/t-1} = T$ P_{t-1} P_{t-1} P

(17)
$$a_t = a_{t/t-1} + P_{t/t-1} z (y_t - z' a_{t/t-1}) / f_t$$
, avec :

(18)
$$P_t = P_{t/t-1} - P_{t/t-1} z z' P_{t/t-1} / f_t$$
.

Si nous savions à l'instant (t - 1) que le modèle immédiatement valide sera $M^{(2)}$, et non $M^{(1)}$, nous devrions ajouter c au membre de droite de la première équation de prévision, et remplacer $Q^{(1)}$ par $Q^{(2)}$ dans la seconde.

Nous cherchons à estimer K, μ , σ et δ par le maximum de vraisemblance. Pour cela nous devons disposer d'un algorithme de calcul de la fonction de vraisemblance pour des valeurs données de ces quatre paramètres.

A.2.2 Calcul de la vraisemblance

Supposons que notre information à la date (t - 1) consiste en la connaissance des valeurs courante et passées de la variable de mesure, notées : $Y_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1\}$. Nous procédons en trois étapes⁷.

Point de départ

Nous supposons connaître les résultats de la mise à jour à la date (t - 1), en fonction du modèle $M_{t-1}^{(i)}$, i=1,2, qui a pu prévaloir de l'instant (t - 2) à l'instant (t - 1) : $a_{t-1}^{(i)}$ et $P_{t-1}^{(i)}$, ainsi que la probabilité conditionnelle à l'information courante que ce modèle ait prévalu : $P(M_{t-1}^{(i)} / Y_{t-1})$.

Première étape : prévision à la date (t - 1)

a) La probabilité $P(M_t^{(j)} / M_{t-1}^{(i)}, Y_{t-1})$ que le modèle $M_t^{(j)}$ a de prévaloir de la date (t-1) à la date t, est égale à : $1-\lambda_{t-1}^{(i)}$ pour : j=1, et à : $\lambda_{t-1}^{(i)}$ pour : j=2 . $\lambda_{t-1}^{(i)}$ se déduit de la formule (13) par :

(19)
$$\lambda_{t-1}^{(i)} = [i_{t-1} / 5200 + ((1 - K^4) / 4) a_{t-1}^{1(i)}] / \mu$$
,

où $a_{t-1}^{1(i)}$ est la première composante du vecteur $a_{t-1}^{(i)}$. Cette probabilité conditionnellement à Y_{t-1} seulement, vaut :

$$\lambda_{t-1} = \sum_{i=1}^{2} P(M_{t-1}^{(i)} / Y_{t-1}) \lambda_{t-1}^{(i)} \quad \text{pour} : j = 2, \text{ et } : 1 - \lambda_{t-1} \quad \text{pour} : j = 1.$$

b) La probabilité qu'ont simultanément les modèles $M_t^{(j)}$ et $M_{t-1}^{(i)}$ de prévaloir respectivement de l'instant (t-1) à l'instant t, et à la période précédente, est :

(20)
$$P(M_{t-1}^{(1)}, M_{t}^{(j)} / Y_{t-1}) = P(M_{t-1}^{(1)} / Y_{t-1}) P(M_{t}^{(j)} / M_{t-1}^{(i)}, Y_{t-1})$$
.

- c) Le calcul de la prévision du vecteur d'état $a_{t/t-1}^{(i\ j)}$ et de la matrice de variance-covariance de l'erreur de cette prévision $P_{t/t-1}^{(i\ j)}$ repose sur la connaisance de $a_{t-1}^{(i)}$ et $P_{t-1}^{(i)}$, et sur l'emploi des formules données dans le paragraphe A.2.1 avec le modèle $M^{(j)}$. Nous calculons aussi $f_{\cdot}^{(i\ j)}$.
- d) La densité de probabilité de y_t , c'est-à-dire sa vraisemblance, conditionnellement à : $M_{t-1}^{(i)}$, $M_t^{(j)}$ et Y_{t-1} , est :

(21)
$$L_{t}^{(ij)} = P(y_{t} / M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)}, Y_{t-1}) = \varphi(y_{t}; z', a_{t/t-1}^{(ij)}, f_{t}^{(ij)}),$$

et conditionnellement à Y_{t-1} seulement :

(22)
$$L_{t} = P(y_{t} / Y_{t-1}) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / Y_{t-1}) L_{t}^{(ij)}$$
.

Deuxième étape : mise à jour à la date t

Nous calculons:

a) La probabilité qu'a le modèle i d'avoir prévalu de (t - 2) à (t - 1), et le modèle j de (t - 1) à t, conditionnellement à : $Y_{+} = \{y_{+}, Y_{+-1}\}$:

(23)
$$P(M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)} / y_t, Y_{t-1}) = P(y_t / M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)}, Y_{t-1})$$

$$P(M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)} / Y_{t-1}) / P(y_t / Y_{t-1})$$

$$= L_t^{(ij)} P(M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)} / Y_{t-1}) / L_t.$$

b) La mise à jour du vecteur d'état et de la matrice de variance-covariance de son erreur : $a_t^{(ij)}$ et $P_t^{(ij)}$, s'obtient en appliquant les formules du paragraphe A.2.1 aux prévisions de la première étape.

Troisième étape : concentration⁸

(24)
$$a_{t}^{(j)} = \sum_{i} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / y_{t}, Y_{t-1}) a_{t}^{(ij)} / \sum_{i} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / y_{t}, Y_{t-1}),$$

$$(25) P_{t}^{(j)} = \sum_{i} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / y_{t}, Y_{t-1})[P_{t}^{(ij)} + (a_{t}^{(ij)} - a_{t}^{(j)})$$

$$(a_{t}^{(ij)} - a_{t}^{(j)})'] / \sum_{i} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / y_{t}, Y_{t-1}),$$

(26)
$$P(M_t^{(j)} / Y_t) = \sum_i P(M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)} / Y_t, Y_{t-1})$$
.

En itèrant ce calcul de période à période, nous pouvons évaluer la log-vraisemblance de la variable de mesure $y_t: LL = \sum_{t=2}^T \log L_t$, à partir de ses valeurs observée de la date 1 à la date T, et à condition de disposer de valeurs initiales pour $a_1^{(i)}$ et $P_1^{(i)}$. Nous allons maintenant montrer comment celles-ci peuvent être calculées à partir de y_1 .

A.2.3. Conditions initiales

Quel que soit le modèle valide la première composante du vecteur d'état est stationnaire avec une espérance nulle et une variance : σ^2 / (1 - K²). La seconde composante n'est pas stationnaire. Nous fixons a_1^1 à zéro et nous calculons a_1^2 à partir de la première observation : $a_1^2 = y_1 - a_1^1 = y_1$ (HARVEY (1989, paragraphes 3.3.4 et 3.4.3)). Alors $a_1^1 - \alpha_1^1 = -\alpha_1^1$, et : $a_1^2 - \alpha_1^2 = \alpha_1^1$, ont une espérance nulle et une matrice de variance-covariance : $P_1 = [\sigma^2 / (1 - K^2)] \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Le calcul de la vraisemblance prend une forme un peu différente lors de la première itération.

Point de départ a, P,

Première étape : prévision à la date 1

- a) $P(M_2^{(j)} / Y_1)$ est égal à : $1 \lambda_1$, pour : j = 1, et à : λ_1
- pour : j = 2 , avec : $\lambda_1 = i / 5200 / \mu$. b) Calcul de : $a_{2/1}^{(j)}$, $P_{2/1}^{(j)}$ et $f_2^{(j)}$. c) Calcul de : $L_2^{(j)} = \varphi(y_2 ; z'a_{2/1}^{(j)} , f_2^{(j)})$, et de : $L_2 = \sum_{j} P(M_2^{(j)} / Y_1) L_2^{(j)}$.

Deuxième étape : mise à jour à la date 2

- a) Calcul de : $P(M_2^{(j)} / Y_2) = L_2^{(j)} P(M_2^{(j)} / Y_1) / L_2$.
- b) Calcul de : $a_2^{(j)}$, $P_2^{(j)}$.

Il n'y a pas de troisième étape.

A.2.4. Erreurs de prévision

A la date (t - 1) nous disposons de la prévision du vecteur d'état $a_{t/t-1}^{(ij)}$ et de la matrice de variance-covariance de son erreur $_{ ext{t/t-1}}^{ ext{(ij)}}$. Cette prévision est conditionnelle à ce que le modèle $ext{M}^{ ext{(i)}}$ ait prévalu de (t - 2) à (t - 1), et que le modèle j prévaudra de (t - 1) à t. Nous connaissons aussi la probabilité de cette occurrence, $P(M_{t-1}^{(i)}$, $M_{t}^{(j)}$ / $Y_{t-1}^{(j)}$). La prévision non conditionnelle du vecteur d'état et la matrice de variance-covariance de son erreur sont alors (voir note 8):

(27)
$$a_{t/t-1} = \sum_{i} \sum_{j} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / Y_{t-1}) a_{t/t-1}^{(ij)}$$

(28)
$$P_{t/t-1} = \sum_{i} \sum_{j} P(M_{t-1}^{(i)}, M_{t}^{(j)} / Y_{t-1}) x$$

$$[P_{t/t-1}^{(ij)} + (a_{t/t-1}^{(ij)} - a_{t/t-1}) (a_{t/t-1}^{(ij)} - a_{t/t-1})'].$$

Nous en déduisons que la prévision pour la période suivante de la variable de mesure est : $y_{t/t-1} = z' a_{t/t-1}$, et que sa variance est : $f_t = z' P_{t/t-1} z$. L'erreur de prévision à une période, normée par son écart-type, est alors : $e_t = (y_t - y_{t/t-1}) / (f_t)^{1/2}$.

ANNEXE 3 LISSAGE DES VARIABLES LATENTES

A.3.1. Probabilité de saut

Une fois le modèle estimé, nous pouvons rechercher la probabilité qu'il y ait eu un saut de la parité désirée, de la date (t-1) à la date t, conditionnellement à l'observation de l'ensemble de l'échantillon : $P(M_t^{(2)} / Y_T)$, t=2, ..., T. Pour : $2 \le t \le T-1$, nous avons :

(29)
$$P(M_t^{(2)} / Y_T) = P(M_t^{(2)} / Y_T, Y_{T-1})$$

= $P(M_t^{(2)} / Y_{T-1}) P(y_T / Y_{T-1}, M_t^{(2)}) / P(y_t / Y_{T-1})$,

puis en procédant de façon itérative :

(30)
$$P(M_{t}^{(2)} / Y_{T}) = P(M_{t}^{(2)} / Y_{t}) \prod_{\tau=1}^{T-t} P(y_{t+\tau} / Y_{t+\tau-1}, M_{t}^{(2)}) / P(y_{t+\tau} / Y_{t+\tau-1})$$
.

Prenons le logarithme des deux membres :

(31)
$$\log[P(M_{t}^{(2)} / Y_{T})] = \log[P(M_{t}^{(2)} / Y_{t})] + \sum_{\tau=1}^{T-t} \log[P(y_{t+\tau} / Y_{t+\tau-1}, M_{t}^{(2)})] - \sum_{\tau=1}^{T-t} \log[P(y_{t+\tau} / Y_{t+\tau-1})]$$
.

Le troisième terme du membre de droite n'est rien d'autre que la somme des log-vraisemblances : $\sum_{\tau=t+1}^{T} \log L_{\tau} = LL - \sum_{\tau=2}^{t} \log L_{\tau} \; .$

LL et L_{τ} ont été calculés dans le paragraphe A.2.2, de même que $P(M_t^{(2)} \ / \ Y_t)$. $P(y_{t+\tau} \ / \ Y_{t+\tau-1}, \ M_t^{(2)})$, $1 \le \tau \le T-t$, se calcule en adaptant la procédure qui nous a permis de calculer $L_{t+\tau}$. Il suffit pour cela de partir à la date t, avec pour valeurs initiales $a_t^{(2)}$, $P_t^{(2)}$, obtenus dans le paragraphe A.2.2, et : $P(M_t^{(2)} \ / \ Y_t) = 1$. Nous effectuons ensuite les prévisions de : $P(M_{t+1}^{(j)} \ / \ Y_t, \ M_t^{(2)})$, $a_{t+1/t}^{(2j)}$, $P_{t+1/t}^{(2j)}$, $f_{t+1}^{(2j)}$, $f_{t+1}^{$

Cette procédure de lissage qui est celle que nous avons utilisée et qui est directement adaptée de HAMILTON (1989, paragraphe 4.3), est lourde à mettre en oeuvre puisqu'elle nécessite d'appliquer l'algorithme du paragraphe A.2.2 pour chaque date, sur la période allant de cette date à la fin de l'échantillon. RABAULT (1993, annexe B) propose une procédure de calcul plus simple empruntée à KITAGAWA. Notre lissage est approximatif, puisqu'il repose sur l'algorithme de l'annexe 2. L'adaptatation de la procédure de RABAULT conduirait aussi à une approximation, mais différente. Son principe est :

(32)
$$P(M_{t}^{(1)} / Y_{T}) = \sum_{j=1}^{2} P(M_{t}^{(1)}, M_{t+1}^{(j)} / Y_{T}) = \sum_{j=1}^{2} P(M_{t}^{(i)} / M_{t+1}^{(j)}, Y_{T}) \times P(M_{t+1}^{(j)} / Y_{T}).$$

Or :

(33)
$$P(M_{t}^{(i)} / M_{t+1}^{(j)}, Y_{T}) = P(M_{t}^{(i)} / M_{t+1}^{(j)}, Y_{t}) \times P(y_{t+1}, ..., y_{T} / M_{t}^{(i)}, M_{t+1}^{(j)}, Y_{t}) / P(y_{t+1}, ..., y_{T} / M_{t+1}^{(j)}, Y_{t}).$$

Nous faisons l'approximation que :

(34)
$$P(y_{t+1},...,y_T / M_t^{(i)}, M_{t+1}^{(j)}, Y_t) = P(y_{t+1},...,y_T / M_{t+1}^{(j)}, Y_t)$$

(on rappelle que le conditionnement par rapport à $M_t^{(1)}$ nous apprend que le modèle i a prévalu de (t-1) à t).

Alors l'équation (33) peut se réécrire :

(35)
$$P(M_{t}^{(i)} / M_{t+1}^{(j)}, Y_{T}) = P(M_{t}^{(i)}, M_{t+1}^{(j)} / Y_{t}) / \sum_{i=1}^{2} P(M_{t}^{(i)}, M_{t+1}^{(j)} / Y_{t}).$$

 $P(M_t^{(i)}, M_{t+1}^{(j)} / Y_t)$ est calculé dans le paragraphe A.2.2. L'équation (32) permet un calcul récursif vers le passé de $P(M_t^{(i)} / Y_T)$, en partant des valeurs de $P(M_T^{(i)} / Y_T)$ obtenues dans l'annexe 2.

A.3.2. Vecteur d'état

Nous nous intéressons maintenant au calcul de l'estimation optimale $a_{t/T}$ du vecteur d'état α_t , conditionnellement à l'information que représente la totalité de l'échantillon, et à la matrice de variance-covariance $P_{t/T}$ de l'erreur de cette estimation. Si le modèle $M^{(1)}$ prévalait à chaque instant les formules de lissage seraient (GOURIEROUX et MONFORT (1990, p.696-700)) :

(36)
$$a_{t/T} = a_t + P_t T P_{t+1/t}^{-1} (a_{t+1/T} - a_{t+1/t})$$
,

(37)
$$P_{t/T} = P_t + P_t T P_{t+1/t}^{-1} (P_{t+1/T} - P_{t+1/t}) P_{t+1/t}^{-1} T P_t$$
.

Les prévisions et mises à jour optimales, ainsi que les matrices de variance-covariance de leurs erreurs, a , a, P, , P, , auraient été calculées préalablement par un filtre de KALMAN.

Si le modèle $M^{(2)}$ prévalait à chaque instant, nous aurions les mêmes formules de lissage, mais avec bien sûr des valeurs différentes pour $a_{t+1/t}$, a_t , $P_{t+1/t}$, P_t .

Mais dans notre cas l'un ou l'autre modèle peut prévaloir sur chaque intervalle de temps. Notons par i l'indice du modèle prévalant de (t-1) à t, et par j l'indice du modèle prévalant de t à (t+1), i, j=1, 2. Nous adaptons la procédure introduite dans le paragraphe A.2.2 au cas du lissage par :

a) Variables d'état :

(38)
$$a_{t/T}^{(ij)} = a_t^{(i)} + P_t^{(i)} T P_{t+1/t}^{(ij)-1} (a_{t+1/T}^{(j)} - a_{t+1/t}^{(ij)})$$
,

(39)
$$a_{t/T}^{(i)} = \sum_{j} a_{t/T}^{(ij)} P(M_{t+1}^{(j)} / Y_{T})$$
,

(40)
$$a_{t/T} = \sum_{i} a_{t/T}^{(i)} P(M_{t}^{(i)} / Y_{T})$$
.

b) Matrice de variance-covariance :

$$(41) \ P_{t/T}^{(i\,j\,)} = \ P_t^{(i)} \ + \ P_t^{(i)} \ T \ P_{t+1/t}^{(i\,j)-1} \ (P_{t+1/T}^{(j)} \ - \ P_{t+1/t}^{(i\,j)}) \ P_{t+1/t}^{(i\,j)-1} \ T \ P_t^{(i)} \ ,$$

$$(42) \ P_{t/T}^{(1)} = \sum_{j} P(M_{t+1}^{(j)} / Y_{T}) \ [P_{t/T}^{(1j)} + (a_{t/T}^{(1j)} - a_{t/T}^{(1)}) \ (a_{t/T}^{(1j)} - a_{t/T}^{(1)})'] \ ,$$

(43)
$$P_{t/T} = \sum_{i} P(M_{t}^{(i)} / Y_{T}) [P_{t/T}^{(i)} + (a_{t/T}^{(i)} - a_{t/T}) (a_{t/T}^{(i)} - a_{t/T})']$$
.

Les $a_t^{(i)}$, $P_t^{(i)}$, $a_{t+1/t}^{(i\,j)}$, $P_{t+1/t}^{(i\,j)}$ ont été calculé dans le paragraphe A.2.2.

BIBLIOGRAPHIE

- AKGIRAY Vedat et G. Geoffrey BOOTH (1988) "Mixed Diffusion-Jump Process Modeling of Exchange Rate Movements", <u>The Review of Economics and Statistics</u>, 70, 631-637.
- AVOUYI-DOVI Sanvi et Jean-Pierre LAFFARGUE (1992) "Anticipations stabilisatrices dans un système de serpent monétaire : théorie et application au Système Monétaire Européen", <u>Revue Economique</u>, 43, 1107-1128.
- BERTOLA Guiseppe et Lars E.O. SVENSSON (1991) "Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target Zone Models", NBER Working Paper N° 3576, janvier.
- DELGADO Francisco et Bernard DUMAS (1991) "Target Zones, Broad and Narrow", dans <u>Exchange Rate Targets and Currency Bands</u>, Paul KRUGMAN et Marcus MILLER éds., Cambridge University Press, Cambridge, 35-56.
- DOMINGUEZ Kathryn M. et Peter B. KENEN (1991) "On the Need to Allow for the Possibility that Governments Mean what they Say: Interpreting the Target-Zone Model of Exchange-Rate Behavior in the Light of EMS Experience", NBER Working Paper, N° 3670, avril.
- ENGEL Charles et James D. HAMILTON (1990) "Long Swings in the Dollar : Are They in the Data and Do Markets Know it?", The American Economic Review, 80, 689-713.
- FLOOD Robert P., Andrew K. ROSE et Donald J. MATHIESON (1991) "An Empirical Exploration of Exchange Rate Target-Zones",

 <u>Carnegie-Rochester Series on Public Policy</u>, 35, 7-65.
- FRANKEL Jeffrey et Steven PHILLIPS (1991) "The European Monetary System: Credible at Last?", NBER Working Paper N° 3819, août.
- GOURIEROUX Christian et Alain MONFORT (1990) <u>Séries temporelles et modèles dynamiques</u>, Economica, Paris.

- HAMILTON James D. (1989) "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", <u>Econometrica</u>, 57, 357-384.
- HARRISON P.J. et C.F. STEVENS (1976) "Bayesian Forecasting", <u>Journal</u> of the Royal Statistical Society, Series B, 38, 205-228.
- HARVEY Andrew C. (1989) <u>Forecasting</u>, <u>Structural Time Series Models</u>

 <u>and the Kalman Filter</u>, Cambridge University Press, Cambridge.
- KRUGMAN Paul R. (1991) "Target Zones and Exchange Rate Dynamics",
 The Quarterly Journal of Economics, 106, 669-682.
- LAM Pok-sang (1990) "The HAMILTON Model with a General Autoregressive Component. Estimation and Comparison with Other Models of Economic Time Series", <u>Journal of Monetary Economics</u>, 26, 409-432.
- LINDBERG Hans et Paul SÖDERLIND (1991) "Target Zone Models and the Intervention Policy: the Swedish Case", ronéotypé, août.
- MEESE Richard A. et Andrew K. ROSE (1990) "Nonlinear, Nonparametric, Nonessential Exchange Rate Estimation", <u>American Economic Review</u>, 80, 192-196.
- PERRAUDIN William R.M. (1990) "Exchange Rate Bands with Point Process Fundamentals", IMF Working Paper, novembre.
- PESARAN M. Harshem et Hossein SAMIEI (1991) "An Analysis of the Determination of Deutsche Mark/French Franc Exchange Rate in a Discrete-Time Target-Zone Model", <u>The Economic Journal</u>, 102, 388-401.
- RABAULT Guillaume (1993) "Une application du modéle de HAMILTON à l'estimation des cycles économiques", <u>Annales d'Economie et de Statistique</u>, à paraître.

- ROSE Andrew K. et Lars E.O. SVENSSON (1991) "Expected and Predicted Realignements : the FF/DM Exchange Rate during the EMS", ronéotypé, octobre.
- SVENSSON Lars E.O. (1991) "The Term Structure of Interest Differentials in a Target Zone : Theory and Swedish Data",

 Journal of Monetary Economics, 28, 87-116.
- WEBER Axel (1988) Uncertainty, Rational Expectations and Error Learning: An Application of the Multi-Process Kalman Filter to Inflation Expectations", ronéotypé, Université de Siegen.
- WEBER Axel (1991) "Time-Varying Devaluation Risk, Interest Rate

 Differentials and Exchange Rates in Target Zones: Empirical

 Evidence from the EMS", ronéotypé, octobre, Université de Siegen.

NOTES DE BAS DE PAGE

- 1. Depuis le réalignement du 21 mars 1983, le florin hollandais a fluctué dans un étroit voisinage de sa parité centrale qui n'a plus été modifiée. Notre modélisation est donc apparue peu adaptée à cette monnaie.
- 2. Le cas où la parité effective connaît un saut différent de celle centrale, est pris en compte par ROSE et SVENSSON (1991).
- 3. Cotation "center of market" à la fermeture à Londres pour les taux de change, et taux d'intérêt "bid" à un mois sur les euro-dépôts, le mercredi de chaque semaine.
- 4. Au moment où nous avons interrogé la banque de données de Data Resources, elle n'incluait pas pour la Belgique les taux d'intérêt des cinq dernières semaines de la période que nous étudions. Le franc belge commercial a été préféré au financier, car il est celui auquel s'appliquent les règles du SME, et parce qu'à la différence de l'autre, il a la même évolution par paliers successifs que le franc français. Le taux d'intérêt est celui financier, car le commercial nous a semblé se déterminer sur un marché trop étroit.
- 5. En fixant K à 1 et en optimisant par rapport aux seuls autres trois paramètres, nous pourrions bien sûr calculer la matrice de variance-covariance de ceux-ci.
- 6. Pour l'axe des abscisses 1.9809 représente la date 1980,9 , c'est-à-dire 1980/46 (46ème mercredi divisé par les 53 mercredis de 1980 soit 0,868 , arrondi à 0,9). Par construction une probabilité de 1 obtenue par mise à jour, conduit à une probabilité de 1 pour le lissage.
- 7. Dans ce qui suit la partie concernant les probabilités est reprise du paragraphe 4.2 de HAMILTON (1989). Celle concernant les variables d'état et la matrice de variance-covariance de leur erreur d'estimation, est empruntée à HARRISON et STEVENS (1976).
- 8. Les deux premières formules de concentration reposent sur l'idée suivante. Soit I vecteurs aléatoires de même dimension, x ,

d'espérances et de variance-covariances respectifs : m_i et Ω_i . Le vecteur x est obtenu par tirage aléatoire entre ces I vecteurs, la probabilité de tirer celui d'indice i étant p_i . Alors l'espérance et la variance de x sont respectivement : $m = \sum\limits_i p_i$, et : $\Omega = \sum\limits_i p_i \left[\Omega_i + (m_i - m) (m_i - m)^2\right]$.

9. Le calcul de la vraisemblance soulève une difficulté. $L_{_{\uparrow}}$ est une moyenne pondérée de L_t , et nous devons calculer les rapports des loin de son observation $\mathbf{y_t}$, pour que $\mathbf{L_t^{(ij)}}$ soit numériquement nul pour l'ordinateur. Pour certaines valeurs que prendront paramètres au cours de la procédure itérative d'optimisation, L_{\star} est aussi parfois numériquement nul. Nous rencontrons alors une division de zéro par zéro. La solution de ce problème est de calculer plutôt précédente, l'expression l'exponentielle $\exp[-(y_{t}^{i} - y_{t/t-1}^{(ij)})^{2} / 2 f_{t}^{(ij)} + \min_{i,j} (y_{t}^{i} - y_{t/t-1}^{(ij)})^{2} / 2 f_{t}^{(ij)}]$ de redresser la modification introduite au niveau du du logarithme de la vraisemblance, en lui soustrayant $\min_{i,j} (y_t - y_{t/t-1}^{(i,j)})^2 / 2 f_t^{(i,j)}$.

10. Le graphique 6e3 indique un point aberrant pour le taux de change de la livre irlandaise. Le logarithme de celui-ci passe de la 51ème à la 53ème semaine de l'échantillon, de -0,9855, à 1,0204, puis à -0,9860. Nous n'avons pas d'information sur l'origine de ce contraste, qui figure bien sûr dans la base de données de DRI. Nous avons préféré ne pas corriger le valeur aberrante par une procédure qui aurait été de toute façon arbitraire et critiquable (substitution d'une valeur interpolée par exemple).

TABLEAU 1
ESTIMATION DES PARAMETRES

	Franc f	français	Lire		Franc belge		Couronne	Livre irland.
Période d'esti- mation	1980/46 à 1990/14	1986/33 à 1990/14	1980/46 à 1990/14	1986/33 à 1990/14	1980/46 à 1990/9	1986/33 à 1990/9	1986/33 à 1990/14	1986/33 à 1990/14
K	0,9250 (0,0275)	0,9279 (0,0413)	1,000	1,000	0,9375 (0,0550)	0,6066 (0,1060)	1,000	0,8978 (0,0458
σ	0,168 % (0,007%)	0,177 % (0,011%)	0,288%	0,177%	0,147% (0,008%)	0,070% (0,005%)	0,151%	0,173% (0,014%
μ	1,054% (0,154%)	1,002% (0,447%)	1,903%	1,002%	0,368% (0,046%)	0,246% (0,040%)	0,238%	1,045% (0,334%
δ	1,415% (0,156%)	0,667% (0,293%)	2,543%	0,667%	1,282% (0,101%)	0,968% (0,128%)	0,409%	1,723% (0,134%

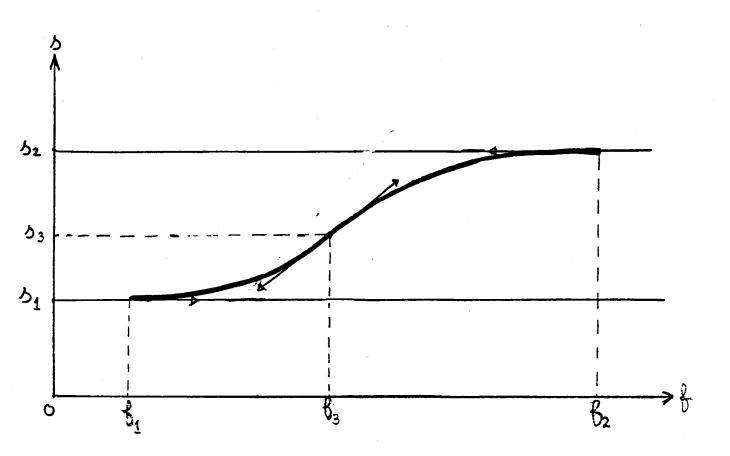
Les estimations des écart-types des paramètres figurent entre parenthèses.

AUTOCORRELATION DES ERREURS DE PREVISION

TABLEAU 2

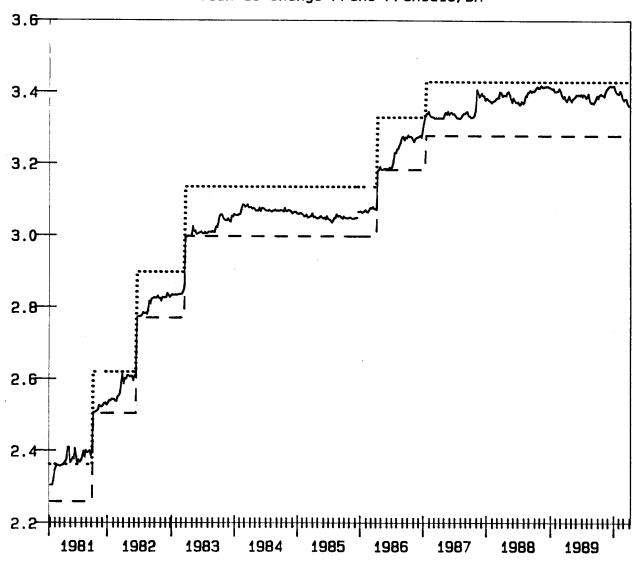
	Franc français	Lire	Franc belge	Couronne	Livre irlandaise
Résidus non normés	0,42	F = 4,90	0,05	0,49	F = 4,69
Résidus normés	F = 4,89	F = 8,40	0,22	0,36	F = 4,42

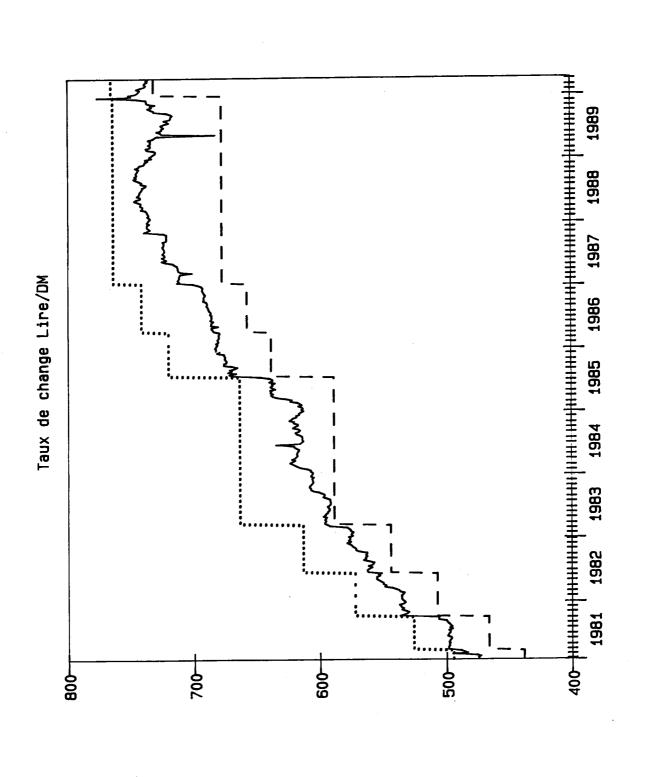
Pour chaque taux de change l'erreur de prévision a été régressée par rapport à ses huit valeurs retardées et une constante. La non-significativité de ces neuf grandeurs a été évaluée par un test de FISHER. Les nombres figurant dans le Tableau sont les probabilités que la statistique de FISHER F puisse être supérieure aux valeurs calculées, sous l'hypothèse nulle. Cependant, quand ces probabilités sont nulles, nous avons donné la valeur de F. Sous l'hypothèse nulle il suit un F (9,471) pour le franc français et la lire, et un F (9,171) pour la livre irlandaise. Au seuil de 1 % ceux-ci valent 2,46 et 2,52.

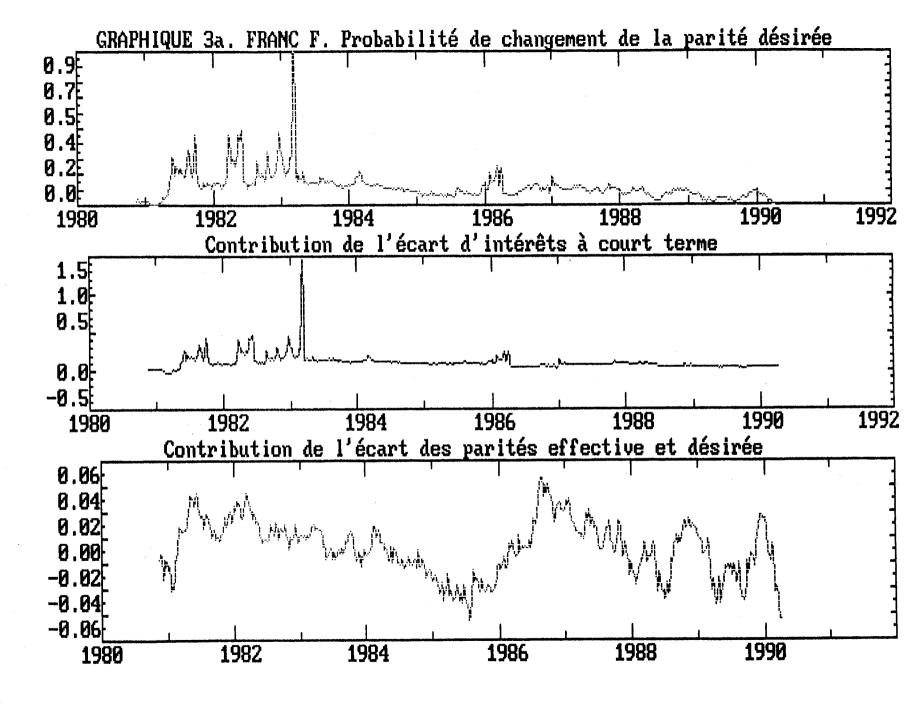


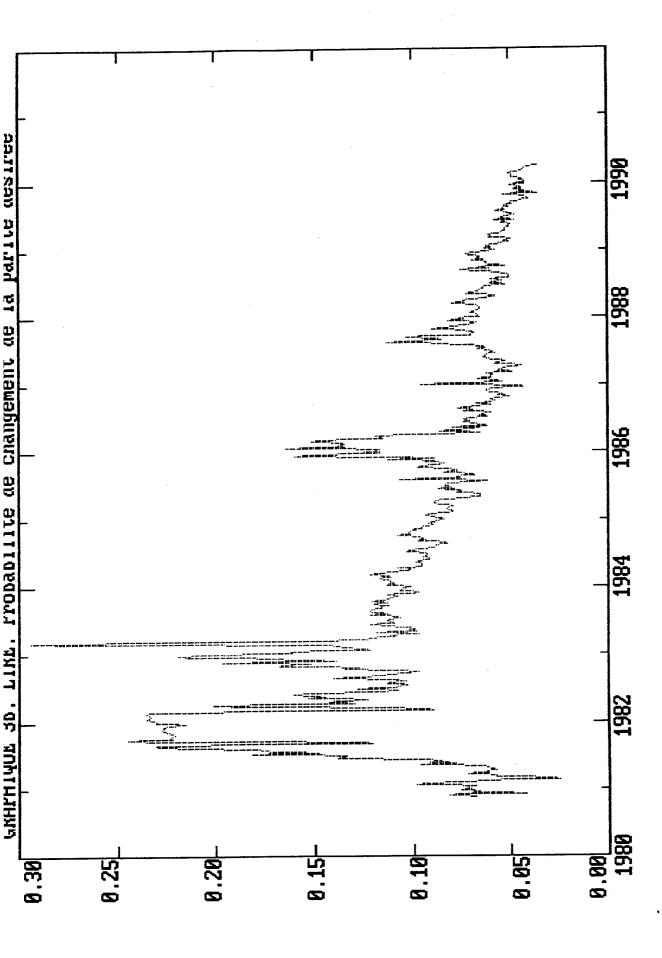
GRAPHI**Q**UE 1

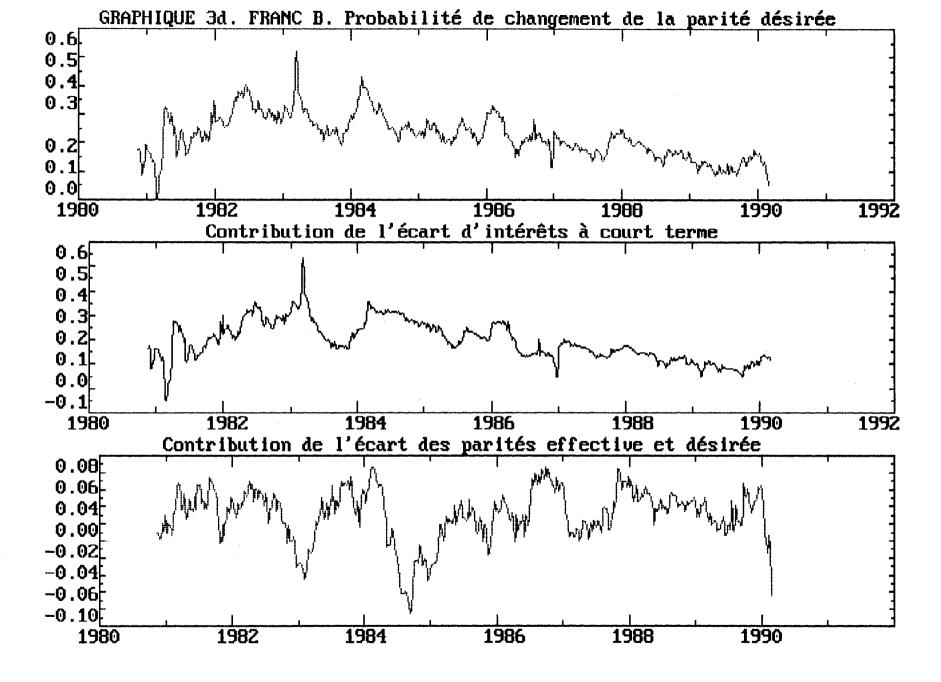
Taux de change Franc Francais/DM

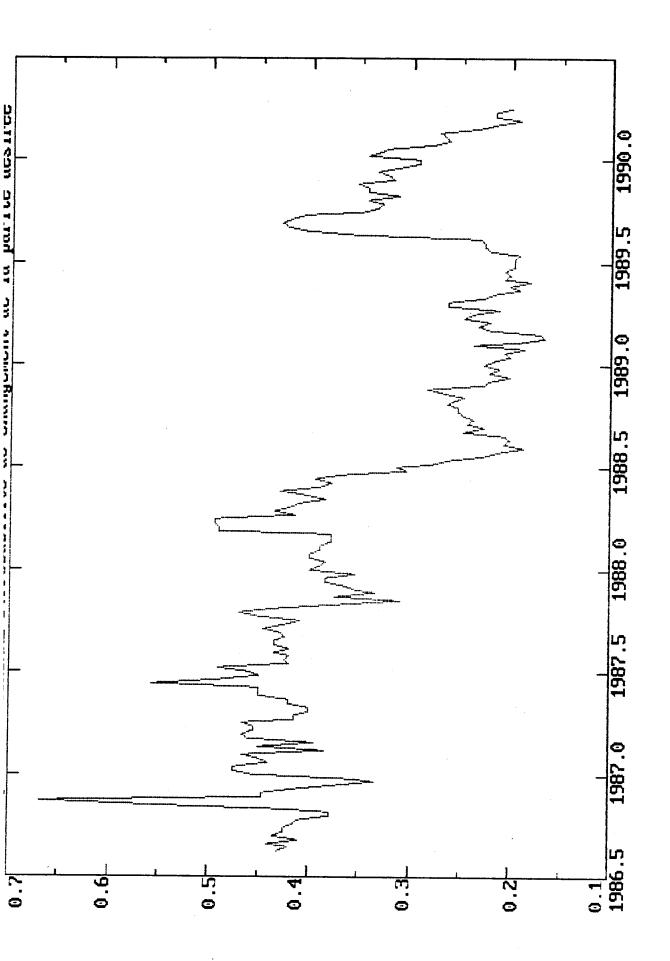


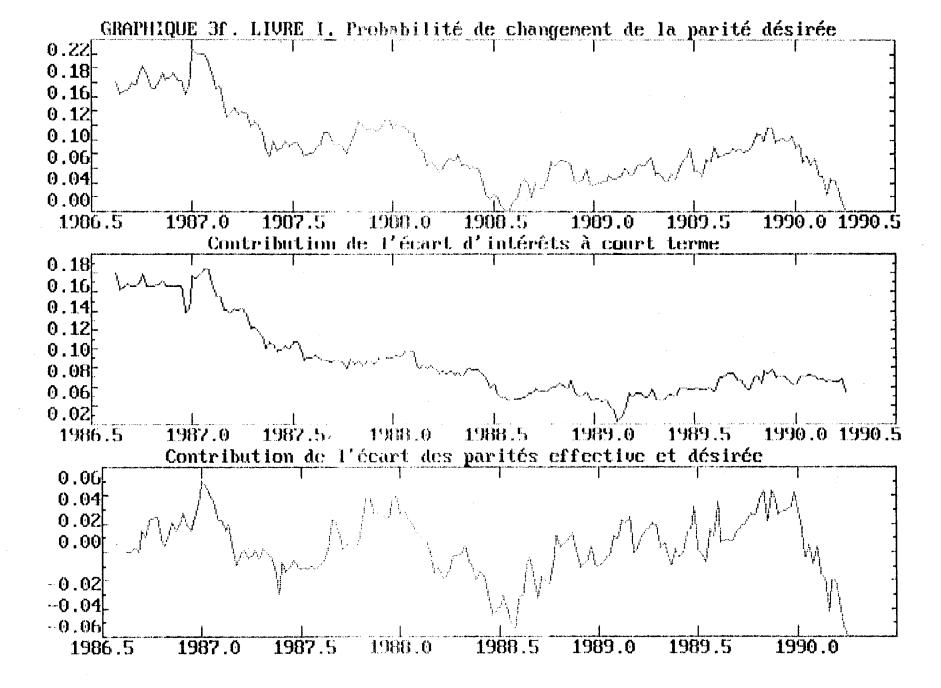


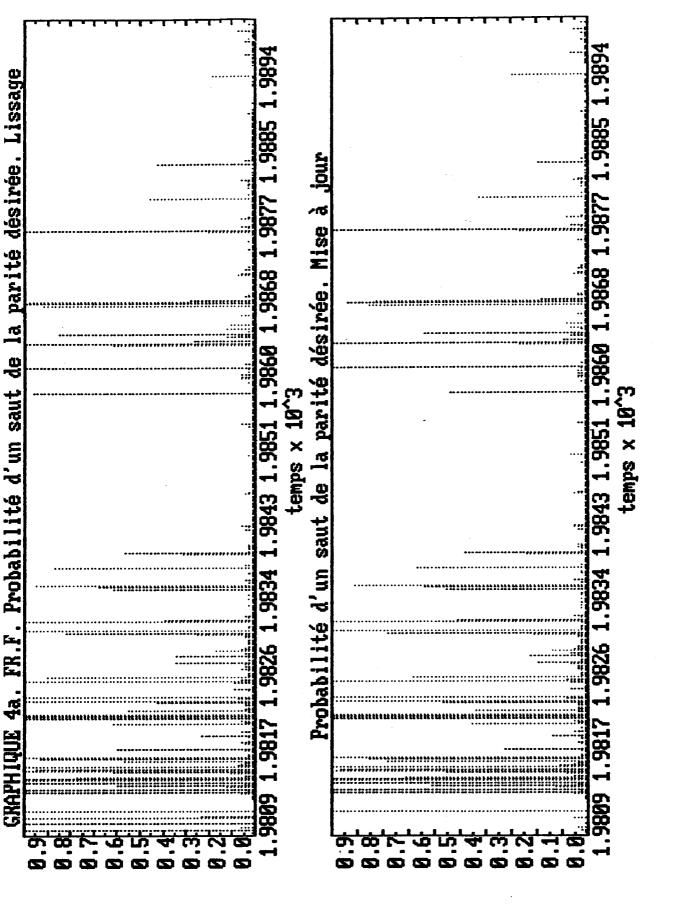


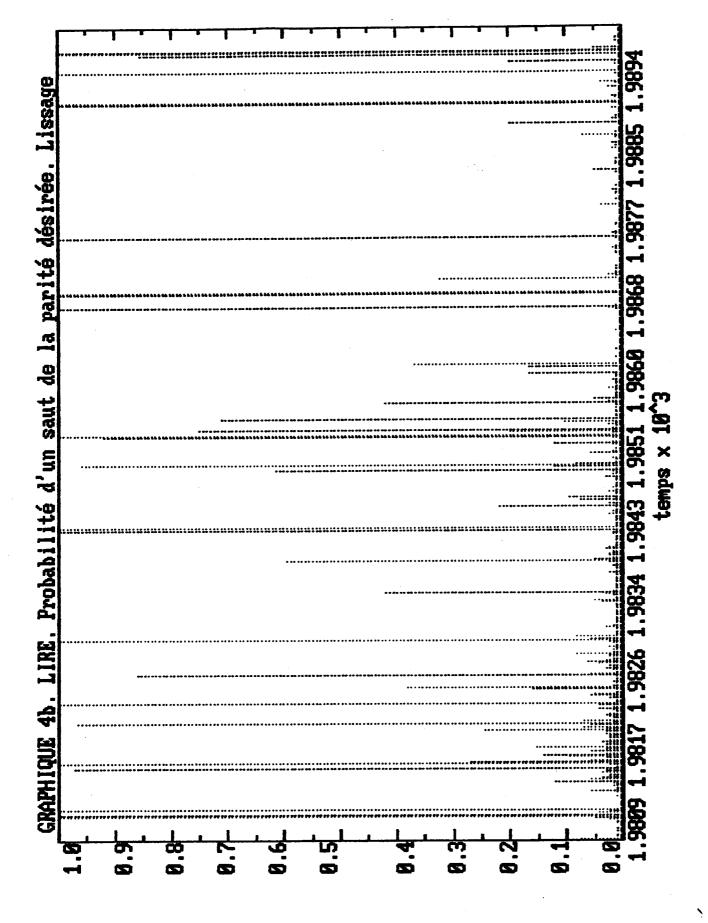


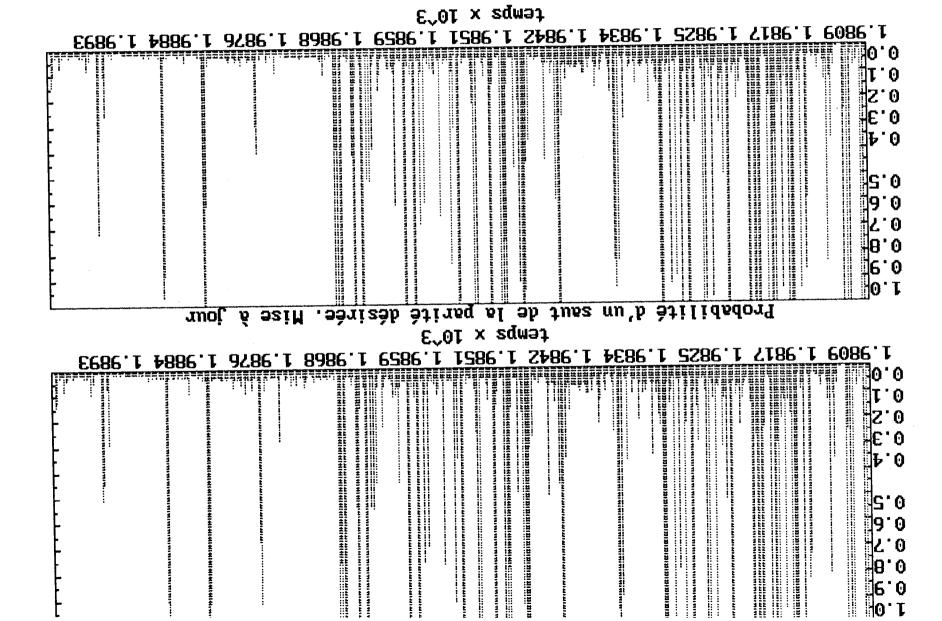


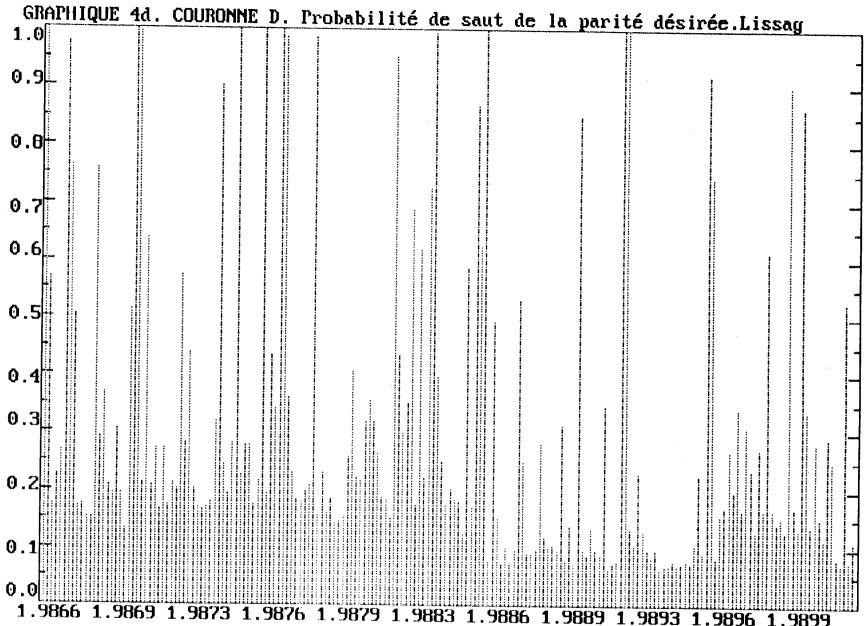




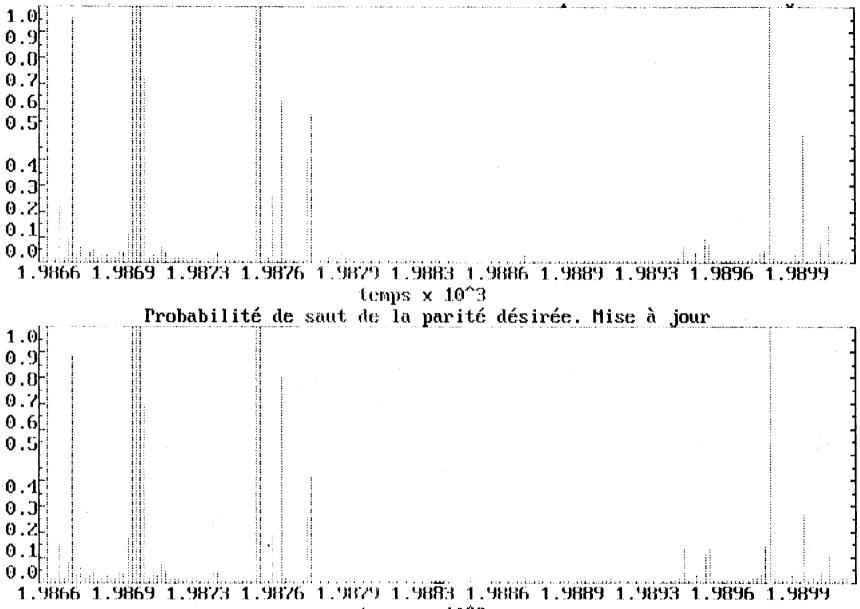








1.9866 1.9869 1.9873 1.9876 1.9879 1.9883 1.9886 1.9889 1.9893 1.9896 1.9899 temps x 10^3



temps \times 10⁴3

