RÈGLES DE GESTION DU TAUX D'INTÉRÊT

par Pierre VILLA (*)

Mars 1986

N° 8609

(*) CEPREMAP, 142, rue du Chevaleret, 75013 Paris. Je remercie C. Gourieroux pour ses remarques constructives sur une précédente version du papier.

REGLES DE GESTION DU TAUX D'INTERET

R E S U M E

En partant de l'idée que le taux d'intérêt est l'unique instrument de la politique monétaire, on caractérise les règles de stabilisation des prix et de la production dans un modèle à anticipations rationnelles et indexation des salaires selon le niveau relatif de l'information de l'Etat et des agents privés. La règle optimale consiste à relier positivement le taux d'intérêt au niveau des prix quand l'Etat a suffisamment d'information pour distinguer l'origine des chocs, offre ou demande. En revanche sur-indexer ou sous-indexer le taux d'intérêt sur le taux d'inflation ou le taux de croissance de la masse monétaire conduit à l'hyperinflation ou à des effets déstabilisants. Enfin la connaissance de la masse monétaire, qu'elle procure ou non un avantage d'information à l'Etat, ne conduit pas à des règles simples, puisque le signe de la liaison taux d'intérêt-masse monétaire dépend des paramètres de la demande de monnaie, de la nature des chocs, de leurs caractéristiques stochastiques et de l'objectif qu'on veut stabiliser. Les anticipations rationnelles ne remettent donc pas en cause les résultats keynésiens.

Mots clefs : Règle discrétionnaire, anticipations rationnelles, objectif intermédiaire

---

INTEREST RATE POLICY AS A STABILIZATION TOOL

S U M M A R Y

Considering that the interest rate is the only monetary instrument, we characterize the rules for stabilizing prices and output in a rational expectations model with wages' indexation. The optimal rules depend on the relative information of government and private agents. For instance, the interest rate must be positively related to the price level if the government can identify supply and demand shocks. Indexing the interest rate on the inflation rate or on the rate of growth of the money stock leads to hyperinflation or has destabilizing effects on prices. At least, the knowledge of the money stock, whether it gives an information advantage to the government or not, does not lead to simple monotonic rules. Indeed, the sign of the link between the interest rate and the money stock depends on the parameters of the money demand, on the nature of the shocks, on their stochastic characteristics and on the government final targets, prices or output. This proves the danger of money targetting. The rational expectations hypothesis does not globally alter the results of a standard keynesian model.

Journal of Economic Literature Classification Number : 320

Key words : discretionary rule, rational expectations, intermediate target.

REGLES DE GESTION DU TAUX D'INTERET

1. - INTRODUCTION

La politique monétaire est souvent pensée depuis POOLE en termes de choix de l'instrument. Ce dernier a montré dans un modèle keynésien à prix fixe que si l'économie est soumise à des chocs de demande de biens, la fixation de l'offre de monnaie est préférable à la fixation du taux d'intérêt car elle génère des variations du taux d'intérêt qui stabilisent la production. En contrepartie, cette politique conduit à transmettre à la production les chocs affectant la demande de monnaie. En utilisant comme critère de stabilisation la minimisation de la variance de la production, il montre que le contrôle de la masse monétaire serait d'autant plus efficace que les chocs affectant la demande de biens sont plus fréquents et de plus forte amplitude que ceux affectant la demande de monnaie et que ces chocs sont positivement corrélés entre eux. PARKIN (1975), CHAMPSAUR-MELITZ (1982) ont étendu son étude au cas où les prix sont variables et où l'économie est soumise à des chocs d'offre. TURNOVSKY (1979) montre que si le critère pour les chocs de demande subsiste, qu'il s'agisse de stabiliser la production ou les prix, en revanche pour les chocs d'offre, il y a ambiguité car la meilleure règle qui atténue les chocs d'offre sur les prix, les amplifie sur la production. Ces résultats supposent que la masse monétaire est un instrument comme le taux d'intérêt. Or les constatations empiriques qu'on peut faire montrent qu'elle n'est pas fixée directement par les autorités monétaires mais contrôlée ex-post par l'intermédiaire du taux d'intérêt. Dans cet article nous partons de l'a priori que le taux d'intérêt est l'unique instrument de l'Etat. La politique monétaire de stabilisation consiste alors à fixer une règle reliant le taux d'intérêt à d'autres variables de l'économie de façon à minimiser la variance des objectifs finaux : l'inflation et la production. Nous chercherons à caractériser ces règles en fonction de l'information dont dispose l'Etat et les agents privés dans un modèle avec anticipations rationnelles et indexation parfaite des salaires. On montre que lorsque l'Etat a un retard d'information sur les agents, la politique monétaire en terme de minimisation de la variance, reste efficace pour la stabilisation des prix. Vouloir compenser ce manque d'information en utilisant la masse monétaire n'améliore guère la situation. En effet la masse monétaire qu'elle soit ou non observée par les agents privés ne donne pas une information satisfaisante sur les chocs d'offre. Le signe de la liaison taux d'intérêt-masse monétaire n'est donc pas assuré, il dépend des paramètres de la demande de monnaie et de la nature des chocs. Cependant si la masse monétaire donne un avantage d'information à l'Etat, il existe des politiques qui permettent de stabiliser la production. Elles diffèrent de celles qui stabilisent les prix.

Du point de vue technique, nous nous appuyerons sur les travaux de BROZE, GOURIEROUX, SZAFARZ (1985) qui donnent une méthode analytique simple pour résoudre de manière complète les modèles à anticipations rationnelles.

2. - LE CADRE D'ANALYSE

On se place dans la situation où l'Etat a choisi un point sur la courbe production-inflation grâce à une combinaison de la politique monétaire et de de la politique budgétaire et où il cherche à stabiliser l'économie autour de cet objectif avec la politique monétaire. L'idée est que la politique monétaire (résumée ici par le taux d'intérêt) est d'un maniement plus rapide que la politique budgétaire et qu'elle seule peut être utilisée, sans engagement de la part de l'Etat (sans loi) pour réduire les fluctuations de court terme.

On considère le modèle suivant, écrit en écart par rapport à l'objectif:

(1) $$y_t = - \sigma\left[r_t - (E(p_{t+1}/J_t) - p_t)\right] + d_t$$ (courbe IS)

(2) $$p_t - p_{t-1} = E(p_t/J_{t-1}) - p_{t-1} + \varphi\, y_t + w_t$$ (courbe SP)

(3) $$m_t = p_t + \alpha\, y_t - \beta\, r_t + h_t$$ (courbe LM)

y_t , p_t , m_t représentent les logarithmes de la production, des prix et de la masse monétaire ; r_t est le taux d'intérêt nominal. Les coefficients sont positifs. J_t est l'ensemble d'information pour la période t , il comprend l'ensemble des valeurs passées et présentes des variables et les coefficients du modèle :

$$J_t = \langle p_t, p_{t-1}, \ldots, y_t, y_{t-1}, \ldots, r_t, r_{t-1}, \ldots, m_t, m_{t-1}, \ldots \sigma, \varphi, \alpha, \beta \rangle$$

L'espérance conditionnelle $E(p_t/J_{t-1})$ représente l'anticipation du prix p_t connaissant J_{t-1} , c'est la prévision optimale de p_t connaissant J_{t-1} . C'est dans ce modèle l'anticipation rationnelle.

La courbe (SP) est une équation d'offre où les entreprises fixent leurs prix en fonction des coûts salariaux et de la production (coûts marginaux croissants). Les salaires sont déterminés par des contrats en début de période au moment où les salariés ne connaissent pas encore les prix, ni la production : leur information est donc J_{t-1}. Les salaires sont parfaitement indexés sur les anticipations de prix de début de période.

La courbe (IS) suppose que les entreprises font leur choix d'investissement en fonction du taux d'intérêt réel anticipé en même temps qu'elles fixent leurs prix. Les prix font donc partie de leur information J_t (1).

La courbe (LM) est l'équation habituelle de demande de monnaie. w_t représente un choc d'offre de biens. Par exemple, $w_t>0$ correspond à une baisse de productivité, une hausse du prix des matières premières ou une hausse non anticipée des salaires. x_t est un choc de demande de biens et h_t un choc de demande de monnaie. Dans toute la suite, on supposera que les chocs d'offre et de demande peuvent être bien individualisés de sorte qu'ils ne sont pas corrélés entre eux.

Les chocs auxquels est soumise l'économie ont une certaine durée (par exemple la hausse du prix des matières premières, la hausse du SMIC). Ils ne sont donc pas complètement une surprise pour les agents. Ils peuvent en prévoir une partie. Une manière de prendre cette idée en compte est de supposer que les chocs suivent un processus autorégressif d'ordre 1. Nous faisons donc les hypothèses stochastiques suivantes :

$$(1 - \rho_w B)\, w_t = u_t$$

$$(1 - \rho_x B)\, x_t = \varepsilon_t \qquad \text{avec} \qquad x_t = \frac{d_t}{\varphi}$$

$$(1 - \rho_h B)\, h_t = v_t$$

où B est l'opérateur retard : $Bw_t = w_{t-1}$.

et $\quad E(u_t) = E(v_t) = E(\varepsilon_t) = 0$

$$E(u_t^2) = \sigma_u^2 \qquad E(v_t^2) = \sigma_v^2 \qquad E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E(u_t\, \varepsilon_t) = 0 \qquad E(u_t\, v_t) = \sigma_{uv} \qquad E(\varepsilon_t\, v_t) = \sigma_{\varepsilon v}$$

$$E(w_{t-1}\, h_{t-1}) = \sigma_{wh} \neq 0 \qquad E(x_{t-1}\, h_{t-1}) = \sigma_{xh} \neq 0$$

$$E(w_{t-1}^2) = \sigma_w^2 \qquad E(x_{t-1}^2) = \sigma_x^2 \qquad E(h_{t-1}^2) = \sigma_h^2$$

La résolution du modèle en prix, donne :

$$(4) \qquad (1-B)\, p_t = (1 + \frac{B}{\sigma\varphi})\, z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(w_t + x_t) + r_{t-1}$$

z_t est l'erreur de prévision sur les prix :

$$(5) \qquad z_t = p_t - E(p_t / J_{t-1})$$

Cette erreur de prévision ne peut dépendre que des chocs aléatoires non anticipés de la période. On écrit donc :

$$z_t = \psi_1\, u_t + \psi_2\, \varepsilon_t + \psi_3\, v_t$$

La politique passive consiste à maintenir constant le taux d'intérêt.

Ici comme l'espérance des variables est nulle, elle revient à fixer $r_t = 0$. Les solutions en prix p_t forment un espace vectoriel de dimension 2 engendré par les chocs w_t et x_t . Mais il n'existe qu'une seule solution à variance finie, en particulier une seule solution stationnaire. Toutes les autres correspondent à une hausse ou une baisse cumulative des prix, c'est-à-dire des sentiers d'hyperinflation ou d'hyperdéflation.

La solution stationnaire est obtenue pour les valeurs de ψ_1 , ψ_2 et ψ_3 qui rendent le deuxième membre de (4) divisible par (1-B) , soit

$$\psi_1 = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)\ (1-\varrho_w)} \qquad \psi_2 = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)\ (1-\varrho_x)} \qquad \psi_3 = 0$$

En divisant les deux membres de (4) par (1-B) , on obtient :

$$(6) \qquad p_t = \psi_1 (1 + \frac{\varrho_w}{\sigma\varphi} B)\ w_t + \psi_2 (1 + \frac{\varrho_x}{\sigma\varphi} B)\ x_t$$

D'où la variance des prix avec politique passive :

$$V_o = \text{var}\ p_t = \psi_1^2\ \sigma_u^2 + \psi_2^2\ \sigma_\varepsilon^2 + \frac{1}{(\sigma\varphi)^2} \left[\frac{\varrho_w^2}{(1-\varrho_w)^2}\ \sigma_w^2 + \frac{\varrho_x^2}{(1-\varrho_x)^2}\ \sigma_x^2 \right]$$

La production s'écrit :

$$(7) \qquad y_t = \frac{1}{\varphi} \left[(\psi_1 - 1)\ u_t + \psi_2\ \varepsilon_t - \varrho_w\ w_{t-1} \right]$$

et sa variance

$$\text{var}\ y_t = \frac{1}{\varphi^2} \left[(\psi_1 - 1)^2\ \sigma_u^2 + \psi_2^2\ \sigma_\varepsilon^2 + \varrho_w^2\ \sigma_w^2 \right]$$

Dans ce contexte la politique monétaire de l'Etat consiste à fixer le taux d'intérêt de façon à minimiser la variance des objectifs finaux : l'inflation et la production. Pour cela, il utilise l'information dont il dispose au début de la période t soit I_{t-1} . Il fixe ainsi une relation entre le taux d'intérêt et les variables qui constituent son ensemble d'information. Cette relation est une règle discrétionnaire. Pour s'exprimer en termes de théorie des jeux, l'Etat est en situation de leader dans un équilibre de type Stackelberg puisqu'il minimise la variance des objectifs finaux étant donné le comportement des agents privés. Dans la suite nous étudions les règles de taux d'intérêt suivant l'information dont dispose l'Etat par rapport aux agents privés.

3. L'ETAT N'A PAS D'INFORMATION SUR LA PERIODE COURANTE

On suppose que l'Etat connait les valeurs passées de toutes les variables mais n'a aucune information sur la période courante. Il est donc dans la même situation que les salariés et a un désavantage d'information sur les entreprises ($I_{t-1} = J_{t-1} \subset J_t$) . La connaissance des prix et de la production lui permet d'identifier les chocs passés sur le marché des biens (w_{t-1} et x_{t-1}) mais pas les chocs contemporains (u_t , ε_t , v_t) .

Il est montré en annexe que la politique optimale qui minimise la variance des prix (et donc de l'inflation) consiste à fixer le taux d'intérêt tel que :

$$\sigma\varphi\, r_t = \rho_w\, w_{t-1} + \rho_x\, x_{t-1}$$

soit : $$r_t = \varrho_x r_{t-1} + (\varrho_x + \frac{\varrho_w}{\sigma\varphi}) p_{t-1} + \frac{\varrho_x - \varrho_w}{\sigma} y_{t-1}$$

L'évolution des prix est alors :

$$p_t = \frac{1}{1+\sigma\varphi} (u_t + \varepsilon_t)$$

$$\text{var } p_t = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)^2} (\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2)$$

Cette règle qui minimise la variance de l'inflation relie le taux d'intérêt au niveau des prix et de la production. La connaissance de p_{t-1}, de y_{t-1} et de la partie déterministe des chocs permet à l'Etat d'annuler l'impact des chocs passés. On a ici un exemple où la rationalité des anticipations ne conduit pas à rendre la politique monétaire inefficace.

La production s'écrit :

$$y_t = \frac{1}{\varphi} \left[(\psi_1 - 1) u_t + \psi_2 v_t - \varrho_w w_{t-1}\right]$$

On voit que l'Etat n'a aucun moyen de résorber les chocs passés sur la production, lorsqu'il n'a aucune information sur les chocs présents. Ce phénomène vient de l'indexation totale des salaires et de la rationalité des anticipations.

L'Etat pourrait cependant annuler les chocs contemporains sur la production même ne les connaissant pas, en choisissant une règle telle que $\psi_1 = 1$ et $\psi_2 = 0$, soit $g_1 = \varrho_w - \sigma\varphi(1-\varrho_w)$ et $g_2 = 1$, ce qui donne la règle :

$$r_t = r_{t-1} + \frac{(1-\varrho_w)(1+\sigma\varphi)}{\sigma} y_{t-1} + \frac{\varrho_w(1+\sigma\varphi)}{\sigma\varphi} p_{t-1} - \frac{g_1}{\sigma\varphi} E(p_{t-1}/J_{t-2}) - E(p_t/J_{t-1})$$

Face à une augmentation de la production ou des prix, l'Etat doit pratiquer une politique restrictive en augmentant le taux d'intérêt. Cette politique est indépendante de l'information de l'Etat et n'est évidemment pas optimale pour stabiliser les prix.

4. SI ON N'OBSERVE PAS CERTAINES GRANDEURS

On a vu que l'Etat peut mettre en oeuvre une politique de taux d'intérêt qui lui permet de stabiliser les prix à condition qu'il connaisse en début de période les valeurs de toutes les variables de la période précédente. Cela permet de résumer toute l'histoire passée des chocs et de les identifier. Dans ce paragraphe nous envisageons le cas où son information est limitée et nous nous contenterons de l'étude de la stabilisation de l'inflation puisque nous avons vu que les chocs passés sur la production ne pouvaient être résorbés par manque d'information. Supposons que l'Etat comme les agents privés ne connaisse la production et la masse monétaire qu'avec retard. Son ensemble d'information est :

$$I_{t-1} = J_{t-1} = \{1, y_{t-1}, r_{t-1}, y_{t-2}, p_{t-2}, m_{t-2}, r_{t-2}, \ldots\}$$

Il a la même information que les salariés, mais un retard d'information sur les entreprises.

Les équations (1) et (2) permettent d'écrire :

$$r_{t-1} + \frac{1+\sigma\varphi}{\sigma\varphi} p_{t-1} - \frac{1}{\sigma\varphi} E(p_{t-1}/J_{t-2}) - E(p_t/J_{t-1}) = x_{t-1} + w_{t-1}$$

L'Etat ne peut donc identifier que la somme des chocs de biens. Son ensemble d'information est engendré par :

$$\langle 1, w_{t-1}+x_{t-1}, r_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, r_{t-2}, \ldots \rangle$$

Il est montré en annexe II.b que la règle optimale qui minimise la variance des prix est :

$$(8) \qquad \sigma\varphi\, r_t = g\left[r_{t-1} + \frac{p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2})}{\sigma\varphi} - (E(p_t/J_{t-1}) - p_{t-1})\right]$$

$$+ \varrho_w(\varrho_w - g)\, w_{t-2} + \varrho_x(\varrho_x - g)\, x_{t-2}$$

où
$$g = \frac{\varrho_w \sigma_u^2 + \varrho_x \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

avec $\varrho_w < g < \varrho_x$ si $\varrho_w < \varrho_x$.

L'évolution des prix est donné par :

$$p_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t - \frac{g-\varrho_w}{\sigma\varphi} u_{t-1} - \frac{g-\varrho_x}{\sigma\varphi} \varepsilon_{t-1}$$

avec $\psi_1 = \dfrac{1-g+\varrho_w}{1+\sigma\varphi}$ $\qquad \psi_2 = \dfrac{1-g+\varrho_x}{1+\sigma\varphi}$

En termes de variance des prix, cette règle est moins efficace que la règle précédente parce que l'Etat a moins d'information mais elle est plus efficace que la politique passive. L'équation (8) montre que le taux d'intérêt doit dépendre positivement de l'erreur d'anticipation des prix de la période précédente pour réduire les chocs d'offre et négativement de l'inflation anticipée de la période précédente de façon à réduire cette anticipation. En effet à offre et demande données, une hausse de r se traduit par une hausse des anticipations inflationniste. Enfin les termes décalés de deux périodes ont pour but de réduire les chocs plus anciens.

5. - L'ETAT A UN DESAVANTAGE D'INFORMATION

La question est de savoir si la politique monétaire garde une efficacité lorsque l'Etat a moins d'information que tous les agents. Imaginons pour cela qu'il ne puisse observer la production qu'avec retard. L'ensemble d'information des entreprises est :

$$J_t = \langle 1, y_t, p_t, r_t, y_{t-1}, p_{t-1}, r_{t-1}, m_{t-1}, \ldots \rangle$$

Celui des salariés est J_{t-1} et celui de l'Etat :

$$I_{t-1} = J_{t-1} - \langle y_{t-1} \rangle$$

On remarque que $I_{t-1} \subset J_{t-1} \subset I_t \subset J_t$ ... . La combinaison des équations (1) et (2) montre que l'Etat ne peut identifier que le choc composite Z_{t-1}

$$Z_{t-1} = p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2}) + \sigma\varphi\, p_{t-1} + \sigma\varphi\, r_{t-1}$$

$$Z_{t-1} = x_{t-1} + w_{t-1} + \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1})$$

L'ensemble d'information de l'Etat est donc engendré par :

$$\langle 1, Z_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, r_{t-2}, \ldots \rangle$$

Il est montré en annexe II.c que la règle optimale qui minimise la variance des prix est donnée par :

$$(9) \quad \sigma\varphi\, r_t = g[\sigma\varphi\, r_{t-1} + \sigma\varphi\, p_{t-1} + p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2})] + \rho_w(\rho_w - g)w_{t-2} + \rho_x(\rho_x - g)\, x_{t-2}$$

avec $\qquad \rho_w < g < \rho_x \qquad$ si $\qquad \rho_w < \rho_x$

et $\qquad p_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t + \frac{\rho_w - g}{\sigma\varphi} u_{t-1} + \frac{\rho_x - g}{\sigma\varphi} \varepsilon_{t-1}$

$$\psi_1 = \frac{1+\rho_w}{(1+g)(1+\sigma\varphi)} \qquad \psi_2 = \frac{1+\rho_x}{(1+g)(1+\sigma\varphi)}$$

En termes de variance, cette règle est moins efficace que la règle avec même information que les agents privés et plus efficace que la politique passive :

$$\frac{1}{(1+\sigma\varphi)^2} (\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2) < \mathrm{var}\ p_t < V_o$$

Le désavantage d'information ne modifie donc pas notablement l'efficacité des règles monétaires.

6. - LE CONTROLE DE LA MASSE MONETAIRE

La fixation d'une norme de croissance de la masse monétaire est une politique qui est généralement proposée pour stabiliser l'inflation pour 3 raisons principales :

- la règle est simple
- la masse monétaire est facilement et rapidement observable
- la masse monétaire est un bon indicateur des prix et de la production.

Dans ce paragraphe nous discutons l'intérêt d'une règle de stabilisation de la masse monétaire par rapport aux autres règles que nous avons étudiées. Reprenant notre hypothèse de départ, que seul le taux d'intérêt est un instrument, nous considérons la masse monétaire comme un objectif intermédiaire que l'Etat cherche à stabiliser dans l'espoir qu'il stabilisera l'inflation (2) .

On suppose que tous les agents ont la même information et qu'ils n'observent la production et les prix qu'avec retard mais qu'ils connaissent le niveau de la masse monétaire et les paramètres de la courbe (LM). Dans ce cas l'ensemble d'information de l'Etat et des salariés est :

$$I_{t-1} = J_{t-1} = \langle m_{t-1}, r_{t-1}, p_{t-2}, y_{t-2}, m_{t-2}, r_{t-2}, \ldots, \alpha, \beta, \sigma, \varphi \rangle$$

L'ensemble d'information des entreprises est J_t . En éliminant la production et les prix dans les équations (1), (2) et (3), on voit que l'Etat peut observer la variable :

$$Z_{t-1} = m_{t-1} + \left(\beta + \sigma \frac{\alpha+\varphi}{1+\sigma\varphi}\right) r_{t-1} - \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} E(p_{t-1}/J_{t-2})$$

$$- \frac{\sigma(\alpha+\varphi)}{1+\sigma\varphi} E(p_t/J_{t-1}) = h_{t-1} + \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} w_{t-1} + \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi} x_{t-1}$$

L'ensemble d'information de l'Etat est donc engendré par :

$$\langle 1, Y_{t-1}, r_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, r_{t-2}, \ldots \rangle$$

$$Y_{t-1} = v_{t-1} + \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} u_{t-1} + \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi} \varepsilon_{t-1}$$

Il est montré en annexe II.d que la politique optimale de l'Etat consiste à fixer la règle :

$$\sigma\varphi\, r_t = g\, Y_{t-1} + \rho_w^2\, w_{t-2} + \rho_x^2\, x_{t-2}$$

ou encore :

(10) $$\sigma\varphi\, r_t = g\, Z_{t-1} + \varrho_w\left[\varrho_w - g\,\frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}\right] w_{t-2} + \varrho_x\left(\varrho_x - g\,\frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}\right) x_{t-2} - \varrho_h\, g\, h_{t-2}$$

(11) avec : $$g = \frac{\varrho_w (1-\alpha\sigma)\,\sigma_u^2 + \varrho_w (1+\sigma\varphi)\,\sigma_{uv} + \varrho_x (1+\frac{\alpha}{\varphi})\,\sigma_\varepsilon^2 + \varrho_x (1+\sigma\varphi)\,\sigma_{\varepsilon v}}{(1+\sigma\varphi)\ \mathrm{var}\ Y_{t-1}}$$

$$p_t = \left(\psi_1 + \frac{\varrho_w - g\frac{(1-\alpha\sigma)}{1+\sigma\varphi}}{\sigma\varphi}\,B\right) u_t + \left(\psi_2 + \frac{\varrho_x - g\frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}}{\sigma\varphi}\,B\right) \varepsilon_t$$

$$- \frac{g}{1+\sigma\varphi}\left(1 + \left(1 + \frac{1}{\sigma\varphi}\right) B\right) v_t$$

$$\psi_1 = \frac{1+\varrho_w - g\,\frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}}{1+\sigma\varphi} \qquad \psi_2 = \frac{1+\varrho_x - g\,\frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}}{1+\sigma\varphi} \qquad \psi_3 = -\frac{g}{1+\sigma\varphi}$$

Ces résultats amènent à 3 conclusions :

(i) S'il n'y a pas de chocs de demande de monnaie ($h_t = 0$), la variance de l'inflation est la variance minimale possible lorsque l'Etat et les agents privés observent le choc composite $(1-\alpha\sigma)\, w_{t-1} + (1+\alpha/\varphi)\, x_{t-1}$. L'observation de la masse monétaire apporte donc une information sur les chocs qui dépend des paramètres de la demande de monnaie. Mais privilégier la masse monétaire signifie choisir une pondération particulière des chocs d'offre et de demande qu'on veut stabiliser sans que cette pondération corresponde forcément à l'utilité relative que l'Etat ou les agents privés attachent à la stabilisation de l'inflation par l'offre et de l'inflation par la demande.

(ii) La règle optimale consiste à faire dépendre le taux d'intérêt non seulement de la masse monétaire mais aussi du taux d'intérêt passé et des anticipations passées des agents sur les prix (équation (10). En outre le sens d'intervention dépend des chocs et des paramètres du modèle. L'équation (11) montre que si les chocs sur la demande de monnaie sont corrélés négativement aux chocs d'offre et de demande de biens ($\sigma_{uv} < 0$ ou $\sigma_{\varepsilon v} < 0$), g peut être négatif. Or on constate empiriquement que ce cas est fréquent. Les chocs d'offre sont en général faiblement corrélés positivement à la demande de monnaie parce qu'à la suite d'une hausse de prix, les entreprises ont plutôt tendance à utiliser leurs profits supplémentaires pour se désendetter qu'à augmenter leur stock de monnaie qui est lié principalement aux salaires. D'autre part, les chocs de demande sont plutôt corrélés négativement à la demande de monnaie. En effet, à revenus donnés, lorsqu'ils augmentent leur consommation, les salariés ont tendance à diminuer leur épargne, donc leur détention de monnaie, plutôt qu'à augmenter leur stock de monnaie en vendant des titres pour s'assurer de la liquidité. D'autre part les entreprises lorsqu'elles augmentent leur investissement ont recours au crédit plutôt qu'à leur encaisse monétaire. Le sens de l'intervention optimale (signe de g) dépend de la sensibilité de la production au taux d'intérêt et de la demande de monnaie au revenu. Il ne dépend pas de la sensibilité de la demande de monnaie au taux d'intérêt. g peut être négatif si $1 - \alpha\sigma < 0$. Cela vient du fait que la masse monétaire est un mauvais indicateur des chocs d'offre. L'explication économique est la suivante. Une hausse de prix de 1 % a un impact de $(1-\alpha\sigma)$ % sur la demande de monnaie. Il résulte que si $(1-\alpha\sigma) < 0$ une hausse de la demande de monnaie peut signifier un choc d'offre négatif se traduisant par une baisse de prix et une augmentation de production. La politique naturelle qui consiste à augmenter le taux d'intérêt est alors déstabilisante pour les prix et stabilisante pour la production.

Enfin la politique naturelle revient à transmettre négativement aux prix les chocs monétaires.

(iii) La masse monétaire n'est pas un bon indicateur du niveau de l'intervention. En particulier l'intervention optimale ne consiste pas à fixer le niveau de la masse monétaire.

En effet, il est montré en annexe II.d que la règle optimale correspond à une anticipation par l'Etat de la masse monétaire de la forme :

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\left(\frac{\alpha}{\varphi}\varrho_w g_1 - \varrho_h g_2 + \frac{\beta}{\sigma\varphi} g\right) Y_{t-1}$$

$$- \frac{\beta+\alpha\sigma}{\sigma\varphi}\varrho_w^2 w_{t-2} - \frac{\beta}{\sigma\varphi}\varrho_x^2 x_{t-2} + \varrho_h^2 h_{t-2}$$

où g_1 et g_2 dépendent des variances et covariances des chocs. Le signe de cette expression est ambigü car il dépend des propriétés stochastiques des chocs. Cependant on peut le connaitre de manière certaine pour les chocs purs.

Pour un choc d'offre pur $(\varepsilon_t = v_t = 0)$, on a :

$$g = \varrho_w \frac{1+\sigma\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad , \quad g_1 = \frac{1+\sigma\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad , \quad g_2 = 0$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\frac{\beta+\alpha\sigma}{\sigma\varphi}\varrho_w w_{t-1}$$

Pour un choc de demande pur $(u_t = v_t = 0)$, on a :

$$g = \varrho_x \frac{1+\alpha/\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad , \quad g_1 = 0 \quad , \quad g_2 = 0$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\frac{\beta}{\sigma\varphi}\,\varrho_x\, x_{t-1}$$

Pour un choc monétaire pur ($u_t = \varepsilon_t = 0$), on a :

$$g = 0 \quad , g_1 = 0 \quad , g_2 = 1$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = \varrho_h\, h_{t-1}$$

Un choc de demande pur à la période (t-1) signifie sans ambiguité une hausse de prix et de production qui vont perdurer à la période suivante et qu'il faut réduire par une hausse du taux d'intérêt. L'intervention optimale est alors telle que l'espérance de la demande de monnaie est négative.

Un choc d'offre pur à la période (t-1) signifie de manière certaine une hausse de prix et une baisse de production qui se poursuivront de manière certaine à la période suivante. Il faut donc augmenter le taux d'intérêt. Comme une hausse du taux d'intérêt de 1 point va diminuer les prix mais aussi la production de σ , l'impact sur la demande de monnaie sera une baisse de $\beta + \alpha\sigma$. La politique optimale conduit là encore à une espérance de la demande de monnaie négative. Le résultat est indépendant du signe de la liaison monnaie-prix ($1-\alpha\sigma$) puisque ce dernier ne définit que le signe de la liaison taux intérêt-masse monétaire.

Enfin un choc monétaire pur à la période (t-1) signifie de manière certaine une hausse de la demande de monnaie à la période future, sans qu'il faille intervenir. L'espérance de la masse monétaire est donc positive.

La masse monétaire n'est donc pas toujours un bon indicateur des chocs ni de l'intensité de l'intervention. Cependant une règle de contrôle de la masse monétaire ne pourrait-elle se justifier lorsque l'observation de la masse monétaire donne un avantage d'information à l'Etat ? C'est ce que nous allons voir dans le paragraphe suivant.

7. - SI L'ETAT OBSERVE LA MASSE MONETAIRE AVANT LES AGENTS

Dans ce paragraphe, nous étudions le cas où l'Etat dispose d'une information supplémentaire en observant la masse monétaire de la période courante avant les agents privés. On montre qu'il peut alors en fixant une règle qui relie le taux d'intérêt à la masse monétaire stabiliser soit les prix, soit la production. Cependant comme dans le cas précédent, le sens de l'intervention est ambigü, il dépend des caractéristiques des chocs, des paramètres de la demande de monnaie et de l'objectif qu'on veut stabiliser : production ou prix.

L'ensemble d'information de l'Etat est $I_{t-1} = J_{t-1} \cup \langle m_t \rangle$. Il est montré en annexe que la règle optimale, qu'il s'agisse de stabiliser la production ou les prix est du type :

$$r_t = g(m_t + \beta r_t) + \left(\frac{\rho_w}{\sigma\varphi} - g\frac{\alpha}{\varphi}\right) w_{t-1} + \frac{\rho_x}{\sigma\varphi} x_{t-1} - g\,\rho_h\, w_{t-1}$$

avec $\quad g \leqslant \frac{1}{\beta}$

L'évolution des prix et de la production est :

$$p_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t + \psi_3 v_t$$

$$\varphi y_t = - \frac{\sigma\varphi(1+g)}{1+\sigma\varphi(1+g)+\sigma\varphi g} u_t + \psi_2 \varepsilon_t + \psi_3 v_t - \rho_w w_{t-1}$$

avec : .

$$\begin{cases} \psi_1 = \dfrac{1+\alpha\sigma g}{1+\sigma\varphi(1+g)+\sigma\varphi g} \\[2ex] \psi_2 = \dfrac{1}{1+\sigma\varphi(1+g)+\sigma\varphi g} \\[2ex] \psi_3 = \dfrac{-\sigma\varphi g}{1+\sigma\varphi(1+g)+\sigma\varphi g} \end{cases}$$

Avec un objectif de prix, la politique optimale est obtenue pour :

$$g_1 = \frac{(1-\alpha\sigma)\sigma_u^2 + (1+\alpha/\varphi)\sigma_\varepsilon^2 + (1+\sigma\varphi)\ (\sigma_{uv} + \sigma_{\varepsilon v})}{-\alpha\sigma(1-\alpha\sigma)\sigma_u^2 + \sigma\varphi(1+\sigma\varphi)\sigma_v^2 + [(1-\alpha\sigma)\sigma\varphi + \alpha\sigma(1+\sigma\varphi)]\sigma_{uv} + (1+\alpha/\varphi)\sigma\varphi\ \sigma_{\varepsilon v}}$$

Avec un objectif de production, la politique optimale est obtenue pour :

$$g_2 = \frac{(1-\alpha\sigma)\sigma\varphi\ \sigma_u^2 + (1+\alpha/\varphi)\sigma_\varepsilon^2 + (1+\sigma\varphi)\ (\sigma_{\varepsilon v} - \sigma\varphi\sigma_{uv})}{-(1-\alpha\sigma)\sigma\varphi\sigma_u^2 + \sigma\varphi(1+\sigma\varphi)\sigma_v^2 + \sigma\varphi\ [(\sigma\varphi+\alpha\sigma)\sigma_{uv} + (1+\sigma/\varphi)\ \sigma_{\varepsilon v}]}$$

avec : $g_1 \leqslant \dfrac{1}{\beta}$ et $g_2 \leqslant \dfrac{1}{\beta}$

$g = \dfrac{1}{\beta}$ correspond à la fixation de la masse monétaire

$$m_t = -\beta\left[\frac{\varrho_w}{\sigma\varphi} - \frac{\alpha}{\beta\varphi}\right] w_{t-1} + \frac{\varrho_x}{\sigma\varphi} x_{t-1} - \frac{\varrho_h}{\beta} h_{t-1}$$

$g = 0$ correspond à la fixation du taux d'intérêt

$$r_t = \frac{\rho_w}{\sigma\varphi} w_{t-1} + \frac{\rho_x}{\sigma\varphi} x_{t-1}$$

c'est-à-dire à la politique optimale analysée au paragraphe 3.

Le sens de l'intervention dépend du signe de $1-\alpha\sigma$ et des caractéristiques probabilistes des chocs. En particulier g peut être négatif si les chocs de demande sont fortement corrélés négativement aux chocs monétaires ($\sigma_{\varepsilon v} < 0$) . La stabilisation des prix peut conduire à $g_1 < 0$ si les chocs d'offre sont corrélés négativement aux chocs monétaires ($\sigma_{uv} < 0$) . C'est exactement l'inverse si l'objectif est de stabiliser la production. g peut être négatif si $\sigma_{uv} > 0$. L'explication économique est la suivante. Considérons un choc d'offre positif ($\Delta w > 0$) caractérisé ex-ante par une hausse de prix et une baisse de production et par un choc de demande de monnaie Δh . Ex-ante, on a :

$$\begin{cases} \Delta y = -\sigma \Delta p \\ \Delta p = \varphi \Delta y_t + \Delta w \end{cases} \quad ====> \quad \Delta p = \frac{\Delta w}{1+\sigma\varphi} > 0$$

Le choc sur la demande de monnaie ex-ante est :

$$\Delta m^d = \frac{\Delta w}{1+\sigma\varphi}(1-\alpha\sigma) + \Delta h$$

Si $\Delta h < -\frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}\Delta w$ alors $\Delta m^d < 0$.

La stabilisation des prix requiert la hausse du taux d'intérêt, donc un lien négatif entre taux d'intérêt et masse monétaire. La stabilisation de la production nécessite une baisse du taux d'intérêt, donc un lien positif entre les deux.

De même, pour un choc de demande positif caractérisé par une hausse de production et de prix ex-ante, et le choc de demande de monnaie Δh, on a :

$$\begin{cases} \Delta p = \varphi \Delta y \\ \Delta y = -\sigma \Delta p + \Delta x \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \Delta p = \frac{\varphi}{1+\sigma\varphi} \Delta x$$

et

$$\Delta m^d = \frac{\Delta x}{1+\sigma\varphi}(\varphi+\alpha) + \Delta h$$

si $\Delta h < -\frac{\Delta x}{1+\sigma\varphi}(\varphi+\alpha)$, la stabilisation des prix et de la production nécessitent une hausse du taux d'intérêt, donc un lien négatif entre taux d'intérêt et masse monétaire.

Pour les chocs de demande purs ($\varepsilon_t \neq 0$, $u_t = v_t = 0$), le minimum de la variance des prix et de la production est obtenu avec $g = \frac{1}{\beta}$, c'est-à-dire pour la fixité de la masse monétaire. Si l'économie est soumise à des chocs d'offre purs ($u_t \neq 0$, $\varepsilon_t = v_t = 0$), on vérifie que si $1-\alpha\sigma > 0$, la variance des prix est une fonction croissante de g et celle de la production décroissante de g. La stabilisation des prix conduit à fixer la masse monétaire ($g_1 = \frac{1}{\beta}$), celle de la production à relier négativement le taux d'intérêt à la masse monétaire ($g_2 = -1$). Les résultats sont inversés si $1-\alpha\sigma < 0$. On trouve $g_1 = -\frac{1}{\alpha\sigma}$ et $g_2 = \frac{1}{\beta}$. L'explication est la même que précédemment. Ceci montre le danger du contrôle de la masse monétaire qui lorsqu'il est stabilisant pour un des objectifs est déstabilisant pour l'autre.

8. - REGLE RELIANT LE TAUX D'INTERET AU TAUX D'INFLATION OU AU TAUX DE CROISSANCE DE LA MASSE MONETAIRE

Dans le paragraphe 3 nous avons vu que lorsque l'Etat a une information suffisante sur les chocs passés, la politique optimale de stabilisation de l'inflation consiste à fixer le taux d'intérêt en fonction du niveau des prix et de la production. Or au premier abord, on serait plutôt tenté de proposer une règle augmentant le taux d'intérêt plus que le taux d'inflation (ou le taux de croissance de la masse monétaire) de façon, en accroissant le taux d'intérêt réel, à pratiquer une politique restrictive. Nous allons voir dans ce paragraphe qu'une telle politique soit provoque un phénomène d'hyper-inflation, soit est moins efficace que la politique passive consistant à maintenir constant le taux d'intérêt nominal. Les règles de stabilisation de l'inflation doivent donc relier le taux d'intérêt au niveau des prix (ou de la masse monétaire).

Partons du modèle du paragraphe 2. La forme réduite obtenue en éliminant la production entre les équations (1) et (2) est :

$$(1-B)\, p_t = \left(1 + \frac{B}{\sigma\varphi}\right) z_t - \frac{B}{\sigma\varphi} (w_t + x_t) + r_{t-1}$$

Supposons que l'Etat fixe une règle du type

$$r_t = k(p_t - p_{t-1}) \qquad k > 0$$

On obtient :

$$(1-kB)(1-B)\, p_t = \left(1 + \frac{B}{\sigma\varphi}\right) z_t - \frac{B}{\sigma\varphi} (x_t + w_t)$$

avec $\qquad z_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t$

Cette équation a une solution stationnaire en p si et seulement si (1-B) divise le second membre et si 1 - kB est inversible. La première condition est obtenue en fixant

$$\psi_1 = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)(1-\rho_w)} \qquad \psi_2 = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)(1-\rho_x)}$$

ψ_1 et ψ_2 ont les mêmes valeurs que pour la politique passive étudiée au paragraphe 2. La deuxième condition impose que $k < 1$. Si $k \geqslant 1$, les prix sont un processus divergent et on a un sentier hyperinflationniste. C'est en particulier le cas si l'Etat choisit de fixer le taux d'intérêt réel (k=1). La raison économique est la suivante : lorsque l'inflation augmente de 1 % l'Etat augmente son taux d'intérêt de k % , ce qui amène les entreprises à réviser en hausse de k % leurs anticipations d'inflation pour la période suivante ; si $k \geqslant 1$; le processus est divergent. En revanche si l'Etat choisit de sous-indexer le taux d'intérêt par rapport au taux d'inflation ($k < 1$) , le sentier est convergent. On obtient :

$$(1-kB)\ p_t = \psi_1\left(1 + \frac{\rho_w}{\sigma\varphi}\right) w_t + \psi_2\left(1 + \frac{\rho_x}{\sigma\varphi}\right) x_t$$

Il est clair à la lecture de la formule précédente que

$$\mathrm{var}(p_t)_{0<k<1} > \mathrm{var}(p_t)_{k=0}$$

$$\mathrm{var}(p_t - p_{t-1})_{0<k<1} > \mathrm{var}(p_t - p_{t-1})_{k=0}$$

La règle est dans ce cas moins efficace que la politique passive.

On peut remarquer qu'il en est de même si l'Etat fixe le taux d'intérêt en fonction de la croissance de la masse monétaire :

$r_t = k(m_t - m_{t-1})$. Les équations (1), (2) et (3) donnent :

$$(1-B)\, p_t = \left(1 + \frac{B}{\sigma\varphi}\right) z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(w_t + x_t) + k(m_t - m_{t-1})$$

avec $$z_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t + \psi_3 v_t$$

La solution stationnaire est obtenue pour $\psi_3 = 0$, $\psi_1 = \dfrac{1}{(1+\sigma\varphi)(1-\rho_w)}$,

$\psi_2 = \dfrac{1}{(1+\sigma\varphi)(1-\rho_x)}$ et pour $k < 1$. Elle s'écrit, tous calculs faits

$$\left(1 - \frac{kB}{1+k\beta - k\beta B}\right) p_t = \psi_1\left(1 + \frac{\rho_w}{\sigma\varphi} B\right) w_t + \psi_2\left(1 + \frac{\rho_x}{\sigma\varphi} B\right) x_t$$

$$+ \frac{(\alpha k\, \psi_1 - 1)\, w_{t-1} + \alpha k\, \psi_2\, x_{t-1} + k h_{t-1}}{1+k\beta - k\beta B}$$

Là encore la variance de l'inflation est supérieure à la variance de la politique passive lorsque $0 < k < 1$. Pour $k > 1$, on a un sentier hyper-inflationniste pour les raisons invoquées précédemment[3] .

<u>CONCLUSION</u>

Que reste-t-il de ces calculs ? Que la politique monétaire reste efficace avec indexation des salaires et anticipations rationnelles mais que les règles de taux d'intérêt visant à stabiliser l'inflation et la production dépendent de la nature des chocs et de l'information des agents. Une corrélation négative des chocs de demande de monnaie avec les chocs réels ou certaines valeurs particulières des paramètres de la demande de monnaie peuvent conduire à fixer une règle où le taux d'intérêt dépend négativement de la masse monétaire. En outre le contrôle de la masse monétaire revient à pondérer de manière implicite les chocs d'inflation par l'offre et par la demande qu'on veut réduire. Les inconvénients liés au choix des règles liant taux d'intérêt et masse monétaire subsistent même si celle-ci n'est pas connue des agents privés et donne ainsi un avantage d'information à l'Etat. Enfin, les règles de stabilisation de l'inflation conduisent à fixer le taux d'intérêt en fonction du niveau des prix ou de la masse monétaire et non de leur taux de croissance. Indexer ou surindexer le taux d'intérêt sur le taux d'inflation ou le taux de croissance de la masse monétaire engendre un processus hyperinflationniste, le sous-indexer est moins efficace que ne rien faire.

Il reste que ces résultats sont obtenus avec un modèle très particulier qui ne comporte pas de courbe de Phillips. On pourrait imaginer une équation de prix où le taux de croissance des salaires s'ajuste lentement à son niveau désiré. On obtiendrait à la place de (2) :

$$(2') \qquad (p_t-p_{t-1}) - (p_{t-1}-p_{t-2}) = \pi[E(p_t/J_{t-1}) - p_{t-1} - (p_{t-1}-p_{t-2}) + \varphi y_t]+w_t$$

où π est le paramètre d'ajustement $0 < \pi < 1$. Pour $\pi = 1$, on retrouve le modèle étudié ici, pour $\pi < 1$ la dynamique est du deuxième ordre en taux d'inflation :

$$\begin{cases} \pi\sigma\varphi\, q_t - (1-\pi)\, q_{t-1} + (1-\pi)\, q_{t-2} = \pi\varphi\sigma\, z_t + \pi\, z_{t-1} - w_{t-1} - \pi\, x_{t-1} \\ q_t = p_t - p_{t-1} \end{cases}$$

La stationnarité des prix est obtenue pour des valeurs particulières du processus d'innovation z_t , comme précédemment. En revanche la stationnarité du processus inflationniste q_t n'est assurée que si $\sigma\varphi > \frac{1-\pi}{\pi}$: condition sur la boucle offre-demande. Dans ce cas, on obtient les mêmes résultats mais avec une dynamique plus compliquée et en général oscillante.

BIBLIOGRAPHIE

BROZE L. GOURIEROUX C. et SZAFARZ (1985) : "Solution of Dynamic Linear Rational Expectations Models", Econometric Theory, vol. 1, N° 2, Décembre.

CANZONERI, M.B., HENDERSON, D.W., and ROGOFF, K.S., (1983), "The Information Content of the Interest Rate and Optimal Monetary Policy", Quarterly Journal of Economics 98, Novembre 1983, pp. 545-566.

CHAMPSAUR P. et MELITZ J. (1982) : "Une généralisation du choix optimal des instruments de politique monétaire", Annales de l'INSEE, N° 46, p. 61-80.

FRIEDMAN B.M.(1975) : "Targets, Instruments and Indicators of Monetary Policy", Journal of Monetary Economics, Octobre, pp. 443-473.

LAIDLER D. (1984) : "Misconceptions about the Real-Bills Doctrine : A Comment on Sargent and Wallace", Journal of Political Economy, 1984, vol. 92, N° 1.

McCALLUM, BENNETT T., (1981) "Price Level Determinacy with an Interest Rate Policy Rule and Rational Expectations", Journal of Monetary Economics 8 Novembre, 319-329.

PARKIN M. (1978) : "A Comparison of Alternative Techniques of Monetary Control Under Rational Expectations", The Manchester School, Septembre, pp. 252-287.

POOLE W. (1970) : "Optimal Choice of Monetary Instruments in a Simple Stochastic Macro-Model", Quarterly Journal of Economics, Mai, pp. 197-216.

SARGENT T.J. et WALLACE N. (1975) : "Rational Expectations, The Optimal Monetary Instrument and the Optimal Money Supply Rule", Journal of Political Economy 83 (Avril), pp. 241-254.

SARGENT T.J. et WALLACE N. (1982) : "The Real-Bills Doctrine Versus the Quantity Theory : A Reconsideration", Journal of Political Economy, 1982, vol. 90, N° 6.

STERDYNIAK H. et VILLA P. (1984) : "Des conséquences conjoncturelles de la régulation monétaire", CEPREMAP N° 8410, Mars.

TURNOVSKY S.J. (1980) : "The Choice of Monetary Instrument Under Alternative Forms of Price Expectations", The Manchester School, XLVIII, Mars 1980, pp. 39-62.

NOTES DE BAS DE PAGE

(1) Certains auteurs, Sargent et Wallace (1975), Mac Callum (1981), Canzoneri, Henderson et Rogoff (1983) utilisent un modèle où les entreprises disposent d'un ensemble d'information K_t ne contenant pas les prix. La courbe IS s'écrit alors :

$$y_t = - \sigma r_t + \sigma \left[E(p_{t+1}/K_t) - E(p_t/K_t)\right] + d_t$$

outre qu'il est gênant de supposer que d'une part les entreprises fixent les prix et d'autre part déterminent l'investissement sans les connaitre, ces modèles présentent l'inconvénient d'avoir une multiplicité de solutions stationnaires (ici elles forment un espace vectoriel de dimension 2), ce qui rend l'étude de la politique monétaire optimale difficile.

(2) La notion d'objectif intermédiaire a été introduite par Friedman (1975). On trouvera une étude du choix de l'objectif intermédiaire dans un cadre keynésien dans Sterdyniak-Villa (1984).

(3) Le cas k = 1 correspond à ce qu'il est convenu d'appeler "The real bill doctrine", doctrine qui a été remise au goût du jour par Sargent et Wallace (1982). Les auteurs montrent dans une économie d'échange avec générations d'agents la supériorité au sens de Pareto de la situation où les banques accordent tout le crédit demandé à taux d'intérêt réel donné par rapport à la situation où l'offre de monnaie est contrôlée. Dans sa critique Laidler (1984) suggère qu'il n'y aurait pas stabilité des prix.

ANNEXE

I. - Soit le modèle $y_f(t) = f(z_t) + u_t$ où y , z , u sont des variables aléatoires du carré intégrable. Nous allons montrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour que la fonction f minimise la variance de y est que $E(y_f/z) = 0$.

$$\underset{f}{\text{Min}} \text{ var } y_t = \underset{f}{\text{Min}}\, E(f(z_t) + u_t)^2 = \underset{f}{\text{Min}}\, E(u - (- f(z)))^2$$

L'optimum est obtenu pour $\hat{f}$ tel que :

$$- \hat{f}(z) = E(u/z)$$

$$\Longleftrightarrow \quad E(u/z) + \hat{f}(z) = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad E(u + \hat{f}(z)/z) = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad E(y_f/z) = 0$$

II. - On considère le modèle du paragraphe 2

(1) $$(1-B)\, p_t = (1 + \frac{B}{\sigma\varphi})\, z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(w_t + x_t) + r_{t-1}$$

(2) $$m_t = p_t + \alpha y_t - \beta r_t + h_t$$

(3) $$z_t = \varphi y_t + w_t$$

(4) $$z_t = p_t - E(p_t)/J_{t-1})$$

où B est l'opérateur de décalage : $Bp_t = p_{t-1}$.

On distingue les chocs de demande : $x_t = \varrho_x\, x_{t-1} + \varepsilon_t$

les chocs d'offre : $w_t = \varrho_w w_{t-1} + u_t$

les chocs de demande de monnaie : $h_t = \varrho_h h_{t-1} + v_t$

L'ensemble d'information des agents est noté J_{t-1} . On note I_{t-1} l'ensemble d'information de l'Etat. On étudie les règles linéaires où l'Etat fixe son taux d'intérêt r_t en fonction de l'information I_{t-1} de façon à minimiser la variance des prix p_t . On supposera dans la suite que $I_{t-1} = J_{t-1}$ où $I_{t-1} \subset J_{t-1}$
La règle monétaire est du type :

(5) $r_t = g X_{t-1}$ où X_{t-1} est un vecteur composé de l'ensemble des chocs indépendants qui constituent l'information de l'Etat. La résolution générale du problème est obtenue en 4 étapes :

(1) On remarque que l'ensemble des solutions en prix vérifie l'équation (1) avec $z_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t + \psi_3 v_t$

(2) Les solutions à variance finie sont obtenues pour les valeurs de ψ_1, ψ_2 et ψ_3 telles que (1-B) divise le deuxième membre

(3) Le minimum de variance est obtenue pour $E(p_t/I_{t-1}) = 0$ (voir 1ère partie de l'Annexe). Cette condition donne en prenant l'espérance conditionnelle de l'équation (1) :

(6) $\sigma\varphi\, r_t = E(w_t + x_t/I_{t-1})$

Les équations (5) et (6) permettent de calculer g par :

$$g = \frac{\operatorname{cov}(w_t + x_t , X_{t-1})}{\operatorname{var} X_{t-1}}$$

(propriété de l'espérance conditionnelle).

(4) On reporte l'expression de r_t dans l'équation (1) afin d'exhiber une expression explicite des prix et de la variance minimum. Les équations (1), (3) et (4) permettent de calculer la règle en fonction des variables de l'économie.

a) <u>Cas où $I_{t-1} = J_{t-1} = \langle 1, w_{t-1}, x_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, \ldots \rangle$</u>

Toutes les étapes du raisonnement peuvent être ramassées en remarquant que la règle optimale correspond à :

$$\sigma\varphi\, r_t = E(w_{t-1} + x_{t-1}/I_{t-1}) = \varrho_w\, w_{t-1} + \varrho_x\, x_{t-1}$$

En reportant dans l'équation (1), on obtient :

$$(1-B)\,p_t = (1 + \frac{B}{\sigma\varphi})\, z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1-\varrho_w\, B)\, w_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1-\varrho_x\, B)\, x_t$$

On pose :

$$z_t = \psi_1\, u_t + \psi_2\, \varepsilon_t + \psi_3\, v_t$$

Il existe une seule solution à variance finie. Elle est stationnaire. Elle est obtenue pour ψ_1 , ψ_2 et ψ_3 tels que (1-B) divise le deuxième membre. Soit :

$$\psi_1 = \psi_2 = \frac{1}{1+\sigma\varphi} \qquad \psi_3 = 0$$

d'où

$$p_t = \frac{1}{1+\sigma\varphi}(u_t + \varepsilon_t)$$

$$\text{var}\ p_t = \frac{1}{(1+\sigma\varphi)^2}(\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2)$$

et la règle peut être obtenue en remplaçant w_{t-1} et x_{t-1} par leurs valeurs en fonction des variables calculés avec les équations (1), (3) et (4).

$$r_t = \varrho_x r_{t-1} + (\varrho_x + \frac{\varrho_w}{\sigma\varphi}) p_{t-1} + \frac{\varrho_x - \varrho_w}{\sigma} y_{t-1}$$

b) <u>Cas où $I_{t-1} = J_{t-1} = \langle 1, w_{t-1} + x_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, \ldots \rangle$</u>

On remarque alors qu'une base de l'ensemble d'information est :

$$\langle 1, u_{t-1} + \varepsilon_{t-1}, x_{t-2}, w_{t-2}, h_{t-2}, \ldots \rangle$$

La règle optimale est donc :

$$\sigma\varphi\, r_t = E(w_t + x_t / I_{t-1}) = E(\varrho_w u_{t-1} + \varrho_x \varepsilon_{t-1} / I_{t-1}) + \varrho_w^2 w_{t-2} + \varrho_x^2 x_{t-2}$$

$$\sigma\varphi\, r_t = g(u_{t-1} + \varepsilon_{t-1}) + \varrho_w^2 w_{t-2} + \varrho_x^2 x_{t-2}$$

$$\sigma\varphi\, r_t = (g - \varrho_w) u_{t-1} + (g - \varrho_x) \varepsilon_{t-1} + \varrho_w w_{t-1} + \varrho_x x_{t-1}$$

où g est donné par :

$$g = \frac{\varrho_w \sigma_u^2 + \varrho_x \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

si $\varrho_w < \varrho_x$ $\quad g \in [\varrho_w, \varrho_x]$

En reportant dans l'équation (1) :

$$(1-B)\, p_t = (1 + \frac{B}{\sigma\varphi}) z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1 - \varrho_w B) w_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1 - \varrho_x B) x_t$$
$$+ \frac{g-\varrho_w}{\sigma\varphi}(1 - \varrho_w B) B^2 w_t + \frac{g-\varrho_x}{\sigma\varphi}(1 - \varrho_\omega B) B^2 x_t$$

L'unique solution stationnaire est obtenue pour les valeurs de ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 telles que (1-B) divise le deuxième membre.

$$\psi_1 = \frac{1-g+\rho_w}{1+\sigma\varphi} \qquad \psi_2 = \frac{1-g+\rho_x}{1+\sigma\varphi} \qquad \psi_3 = 0$$

d'où :

$$p_t = \psi_1 u_t + \psi_2 \varepsilon_t - \frac{g-\rho_w}{\sigma\varphi} u_{t-1} - \frac{g-\rho_x}{\sigma\varphi} \varepsilon_{t-1}$$

$$\text{var } p_t = \left[\psi_1^2 + \left(\frac{\rho_w - g}{\sigma\varphi}\right)^2\right] \sigma_u^2 + \left[\psi_2^2 + \left(\frac{\rho_x - g}{\sigma\varphi}\right)^2\right] \sigma_\varepsilon^2$$

La règle est telle que :

$$\sigma\varphi\, r_t = g(w_{t-1} + x_{t-1}) + \rho_w(\rho_w - g)\, w_{t-2} + \rho_x(\rho_x - g)\, x_{t-2}$$

$$\sigma\varphi\, r_t = g\left[r_{t-1} + \frac{p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2})}{\sigma\varphi} - (E(p_t/J_{t-1}) - p_{t-1})\right] + \rho_w(\rho_w - g)\, w_{t-2} + \rho_x(\rho_x - g)\, x_{t-2}$$

avec :

(7) $\quad x_{t-2} = y_{t-2} + \sigma\, r_{t-2} - \sigma(E(p_{t-1}/J_{t-2}) - p_{t-2})$

(8) $\quad w_{t-2} = p_{t-2} - E(p_{t-2}/J_{t-3}) - \varphi y_{t-2}$

c) Cas où l'Etat a moins d'information que les agents.

Il ne connaît ni la production, ni la masse monétaire.

$$J_{t-1} = (1, p_{t-1}, y_{t-1}, m_{t-1}, r_{t-1}, \dots)$$

$$I_{t-1} = (1, p_{t-1}, r_{t-1}, p_{t-2}, y_{t-2}, m_{t-2}, r_{t-2}, \dots)$$

On remarque tout d'abord que :

$$\dots J_{t-2} \subset I_{t-1} \subset J_{t-1} \subset I_t \subset J_t \dots$$

La règle optimale est donc donnée en prenant l'espérance conditionnelle de l'équation (1), soit :

(6) $\sigma\varphi\, r_t = E(w_t + x_t / I_{t-1})$

On remarque ensuite, en combinant les équations (1) et (3), que l'Etat connait la variable aléatoire

$$Z_{t-1} = p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2}) + \sigma\varphi\, p_{t-1} + \sigma\varphi\, r_{t-1}$$

et que :

$$Z_{t-1} = w_{t-1} + x_{t-1} + \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1})$$

L'ensemble d'information de l'Etat I_{t-1} a donc la base génératrice suivante :

$$\langle u_{t-1} + \varepsilon_{t-1} + \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1})\ ,\ w_{t-2}\ ,\ x_{t-2}\ ,\ h_{t-2}\ \ldots\rangle$$

La règle monétaire peut donc s'écrire en utilisant l'équation (6)

$$\sigma\varphi\, r_t = g(u_{t-1} + \varepsilon_{t-1} + \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1})) + \rho_w^2\, w_{t-2} + \rho_x^2\, x_{t-2}$$

ou encore :

$$\sigma\varphi\, r_t = (g-\rho_w)\, u_{t-1} + (g-\rho_x)\, \varepsilon_{t-1} + g\, \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1}) + \rho_w\, w_{t-1} + \rho_x\, x_{t-1}$$

En reportant cette valeur dans l'équation (1), on a :

$$[1 - (1+g)B]\, p_t = [1 + (\frac{1}{\sigma\varphi} - g)\, B]\, z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1-\rho B)\, w_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(1-\rho_x B)\, x_t$$

$$+ \frac{g-\rho_w}{\sigma\varphi}(1-\rho_w B)\, B^2\, w_t + \frac{g-\rho_x}{\sigma\varphi}(1-\rho_x B)\, B^2\, x_t$$

La solution stationnaire est obtenue pour :

$$\psi_1 = \frac{1+\rho_w}{(1+g)(1+\sigma\varphi)} \qquad \psi_2 = \frac{1+\rho_x}{(1+g)(1+\sigma\varphi)} \qquad \psi_3 = 0$$

d'où :

$$p_t = \left(\psi_1 - \frac{g-\varrho_w}{\sigma\varphi} B\right) u_t + \left(\psi_2 - \frac{g-\varrho_x}{\sigma\varphi} B\right) \varepsilon_t$$

En utilisant les équations (1) et (3), la règle optimale s'écrit :

$$\sigma\varphi\, r_t = g[\sigma\varphi\, r_{t-1} + (1+\sigma\varphi)\, p_{t-1} - E(p_{t-1}/J_{t-2})] + \varrho_w(\varrho_w - g)\, w_{t-2} + \varrho_x(\varrho_x - g)\, x_{t-2}$$

où w_{t-2} et x_{t-2} sont donnés par les équations (7) et (8) et g est calculé par :

$$g = \frac{\operatorname{cov}(w_t + x_t / Y_{t-1})}{\operatorname{var} Y_{t-1}}$$

avec :

$$Y_{t-1} = u_{t-1} + \varepsilon_{t-1} + \sigma\varphi\, E(p_t/J_{t-1})$$

On peut vérifier que si $\varrho_w < \varrho_x$, $g \in [\varrho_w, \varrho_x]$

d) <u>Cas où l'Etat et les agents connaissent la masse monétaire mais ni les prix, ni la production.</u>

L'ensemble d'information est :

$$I_{t-1} = J_{t-1} = \langle 1, m_{t-1}, r_{t-1}, y_{t-2}, p_{t-2}, m_{t-2}, r_{t-2}, \ldots \rangle$$

On peut le caractériser en remarquant qu'en éliminant y_t et p_t dans les équations (1), (2) et (3), il contient la variable :

$$Z_{t-1} = m_{t-1} + \left(\beta + \sigma \frac{\alpha+\varphi}{1+\sigma\varphi}\right) r_{t-1} - \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} E(p_{t-1}/J_{t-2}) - \frac{\sigma(\alpha+\varphi)}{1+\sigma\varphi} E(p_t/J_{t-1})$$

En utilisant les équations (1) à (4), on a :

$$Z_{t-1} = h_{t-1} + \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} w_{t-1} + \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi} x_{t-1}$$

L'ensemble d'information a donc une base génératrice de la forme :

$$\langle 1, Y_{t-1}, w_{t-2}, x_{t-2}, h_{t-2}, \ldots \rangle$$

où

$$Y_{t-1} = v_{t-1} + \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} u_{t-1} + \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi} \varepsilon_{t-1}$$

La politique optimale est obtenue pour :

(9) $$\sigma\varphi \, r_t = g \, Y_{t-1} + \varrho_w^2 \, w_{t-2} + \varrho_x^2 \, x_{t-2}$$

ou :

(10) $$\sigma\varphi \, r_t = \left(g \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi} - \varrho_w\right) u_{t-1} + \left(g \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi} - \varrho_x\right) \varepsilon_{t-1}$$

$$+ g \, v_{t-1} + \varrho_w \, w_{t-1} + \varrho_x \, x_{t-1}$$

On obtient la dynamique en reportant l'expression de r_t (équation (10)) dans l'équation (1). La solution stationnaire à variance finie est obtenue comme dans les cas précédents pour les valeurs de ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 telles que :

$$\psi_1 = \frac{1+\varrho_w - g \dfrac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}}{1+\sigma\varphi}$$

$$\psi_2 = \frac{1+\varrho_x - g \dfrac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}}{1+\sigma\varphi}$$

$$\psi_3 = - \frac{g}{1+\sigma\varphi}$$

D'où l'évolution des prix :

$$p_t = \left(\psi_1 + \frac{\varrho_w - g\,\frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}}{\sigma\varphi} B\right) u_t + \left(\psi_2 + \frac{\varrho_x - g\,\frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}}{\sigma\varphi} B\right) \varepsilon_t$$

$$- \frac{g}{1+\sigma\varphi} \left(1 + \left(1 + \frac{1}{\sigma\varphi}\right) B \right) v_t$$

L'expression de g qui minimise la variance est telle que :

$$g = \frac{\text{cov}(w_t + x_t \, , \, Y_{t-1})}{\text{var } Y_{t-1}}$$

$$g = \frac{\varrho_w (1-\alpha\sigma)\, \sigma_u^2 + \varrho_w (1+\sigma\varphi)\, \sigma_{uv} + \varrho_x (1 + \frac{\alpha}{\varphi})\, \sigma_\varepsilon^2 + \varrho_x (1+\sigma\varphi)\, \sigma_{\varepsilon v}}{(1+\sigma\varphi) \text{ var } Y_{t-1}}$$

<u>Pour un choc d'offre pur</u> : $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{\varepsilon v} = \sigma_{uv} = \sigma_v^2 = 0$

$$g = \varrho_w \frac{1+\sigma\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad \text{du signe de } (1-\alpha\sigma)$$

<u>Pour un choc de demande pur</u> : $\sigma_u^2 = \sigma_{uv} = \sigma_{\varepsilon v} = \sigma_v^2 = 0$

$$g = \varrho_x \frac{1+\sigma\varphi}{1+\frac{\alpha}{\varphi}} > 0$$

<u>Pour un choc monétaire pur</u> : $\sigma_u^2 = \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{\varepsilon v} = \sigma_{uv} = 0$

$$g = 0$$

<u>Calcul de l'espérance de la masse monétaire</u>

$$m_t = p_t + \alpha y_t - \beta r_t + h_t$$

Pour la règle qui minimise la variance, on a :

$$E(p_t / I_{t-1}) = 0$$

D'où :

$$E(m_t/I_{t-1}) = \alpha\, E(y_t/I_{t-1}) - \beta\, r_t + E(h_t/I_{t-1})$$

En utilisant l'équation (3) :

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\frac{\alpha}{\varphi}\,\varrho_w\, E(w_{t-1}/I_{t-1}) - \beta r_t + \varrho_h\, E(h_{t-1}/I_{t-1})$$

On remarque alors que :

$$E(w_{t-1}/I_{t-1}) = E(u_{t-1}/I_{t-1}) + \varrho_w\, w_{t-2} = g_1\, Y_{t-1} + \varrho_w\, w_{t-2}$$

avec $$g_1 = \frac{\operatorname{cov}(u_{t-1}, Y_{t-1})}{\operatorname{var} Y_{t-1}} = \frac{\frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}\,\sigma_u^2 + \sigma_{uv}}{\operatorname{var} Y_{t-1}}$$

De même :

$$E(h_{t-1}/I_{t-1}) = E(v_{t-1}/I_{t-1}) + \varrho_h\, h_{t-2} = g_2\, Y_{t-1} + \varrho_h\, h_{t-2}$$

avec $$g_2 = \frac{\operatorname{cov}(v_{t-1}, Y_{t-1})}{\operatorname{var} Y_{t-1}} = \frac{\sigma_v^2 + \frac{1-\alpha\sigma}{1+\sigma\varphi}\,\sigma_{uv} + \frac{1+\alpha/\varphi}{1+\sigma\varphi}\,\sigma_{\varepsilon v}}{\operatorname{var} Y_{t-1}}$$

d'où en utilisant l'expression (9) donnant r_t :

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\left(\frac{\alpha}{\varphi}\,\varrho_w\, g_1 - \varrho_h\, g_2 + \frac{\beta}{\sigma\varphi}\, g\right) Y_{t-1}$$

$$- \left(\frac{\alpha}{\varphi} + \frac{\beta}{\sigma\varphi}\right)\varrho_w^2\, w_{t-2} - \frac{\beta}{\sigma\varphi}\,\varrho_x^2\, x_{t-2} + \varrho_h^2\, h_{t-2}$$

<u>Pour un choc d'offre pur</u> : $\sigma_v^2 = \sigma_{uv} = \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{\varepsilon v} = 0$

$$g = \varrho_w\,\frac{1+\sigma\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad , \quad g_1 = \frac{1+\sigma\varphi}{1-\alpha\sigma} \quad , \quad g_2 = 0$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = -\frac{\beta+\alpha\sigma}{\sigma\varphi}\,\varrho_w\, w_{t-1}$$

<u>Pour un choc de demande pur</u> : $\sigma_v^2 = \sigma_{uv} = \sigma_u^2 = \sigma_{\varepsilon v} = 0$

$$g = \rho_x \frac{1+\sigma\varphi}{1+\alpha/\varphi} \quad , \quad g_1 = 0 \quad , \quad g_2 = 0$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = - \frac{\beta}{\sigma\varphi} \rho_x x_{t-1}$$

<u>Pour un choc monétaire pur</u> : $\sigma_u^2 = \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{uv} = \sigma_{\varepsilon v} = 0$

$$g = 0 \quad , \quad g_1 = 0 \quad , \quad g_2 = 1$$

$$E(m_t/I_{t-1}) = \rho_h h_{t-1}$$

III. - <u>Cas où la masse monétaire donne un avantage d'information à l'Etat</u>

L'information de l'Etat est $I_{t-1} = \langle 1, m_t, m_{t-1}, r_{t-1}, p_{t-1}, y_{t-1}, \ldots \rangle$
Celle des salariés est $J_{t-1} = I_{t-1} - \langle m_t \rangle$.

On remarque que I_{t-1} contient la variable :

$$Z_{t-1} = p_t + \alpha y_t - \beta r_t + h_t$$

$$Z_{t-1} = p_t + \frac{\alpha}{\varphi}(z_t - w_t) - \beta r_t + h_t \qquad \text{(équation 3)}$$

I_{t-1} a donc comme base génératrice :

$$\langle 1, Y_t, w_{t-1}, x_{t-1}, h_{t-1}, r_{t-1}, \ldots \rangle$$

avec $$Y_t = p_t + \frac{\alpha}{\varphi}(z_t - u_t) + v_t$$

La politique optimale est obtenue en prenant l'espérance conditionnelle de l'équation (1) par rapport à I_{t-1} .

$$\sigma\varphi\, r_t = \rho_w w_{t-1} + \rho_x x_{t-1} + E(p_t/J_{t-1}) + E(u_t + \varepsilon_t - p_t/I_{t-1})$$

ou

$$\sigma\varphi\, r_t = \varrho_w\, w_{t-1} + \varrho_x\, x_{t-1} + E(p_t/J_{t-1}) + g\, \sigma\varphi\, Y_t$$

avec
$$\sigma\varphi\, g = \frac{\operatorname{cov}(u_t + \varepsilon_t - p_t, Y_t)}{\operatorname{var} Y_t}$$

En reportant dans l'équation (1), on a :

$$\left[1 - (1 + \frac{1}{\sigma\varphi} + g)\, B\right] p_t = (1 + \frac{B}{\sigma\varphi}\alpha\sigma g)\, z_t - \frac{B}{\sigma\varphi}(u_t + \varepsilon_t) - \frac{\alpha}{\varphi} g\, u_{t-1} + g\, v_{t-1}$$

La solution stationnaire est obtenue pour :

$$\psi_1 = \frac{1+\alpha\sigma g}{D} \qquad \psi_2 = \frac{1}{D} \qquad \psi_3 = -\frac{\sigma\varphi g}{D}$$

avec $D = 1+\alpha\sigma g + \sigma\varphi(1+g)$

$$\frac{d\psi_1}{dg} < 0 \quad \text{si } 1-\alpha\sigma > 0 \qquad \frac{d\psi_2}{dg} < 0 \qquad \frac{d\psi_3}{dg} < 0$$

d'où
$$p_t = \psi_1\, u_t + \psi_2\, \varepsilon_t + \psi_3\, v_t$$

et

$$E(p_t/J_{t-1}) = 0$$

On en déduit la règle :

$$r_t = \frac{\varrho_w(1+\alpha\sigma g)\, w_{t-1} + \varrho_x\, x_{t-1} - g + \sigma\varphi\, \varrho_h\, h_{t-1}}{\sigma\varphi} + g(m_t + \beta r_t)$$

La règle n'a de sens que si $g < \frac{1}{\beta}$. Si g est supérieur, c'est qu'il n'y a pas d'optimum.

<u>Pour un choc d'offre pur</u> ($\varepsilon_t = v_t = 0$). Si $1-\alpha\sigma > 0$ $\quad g = \infty$ il n'y a pas pas d'optimum. Le minimum de la variance est obtenue sur le bord : $g = \frac{1}{\beta}$.

Si $1-\alpha\sigma < 0$ $\quad g = -\frac{1}{\alpha\sigma}$

<u>Pour un choc de demande pur</u> $(u_t = v_t = 0)$, on obtient :

$g = \infty$. L'optimum est obtenu sur le bord $g = \frac{1}{\beta}$

<u>Pour un choc monétaire pur</u> $(u_t = \varepsilon_t = 0)$, on obtient $g = 0$

$g = 0$ correspond à la règle $r = \frac{\varrho_w w_{t-1} + \varrho_x x_{t-1}}{\sigma\varphi}$

c'est-à-dire à la fixation du taux d'intérêt indépendamment de la masse monétaire

$g = \frac{1}{\beta}$ correspond à $m_t = \frac{1}{\sigma\varphi}\left[\varrho_w(1 + \frac{\alpha\sigma}{\beta})\, w_{t-1} + \varrho_x\, x_{t-1} - \frac{\sigma\varphi\, \varrho_h}{\beta}\, h_{t-1}\right]$

c'est-à-dire à une règle de fixation a priori de la masse monétaire en fonction des chocs passés.

On pourrait faire les mêmes raisonnements pour la production. La règle monétaire a exactement la même forme. On a :

$$\varphi\, y_t = - \frac{\sigma\varphi(1+g)}{D} u_t + \frac{1}{D} \varepsilon_t - \frac{\sigma\varphi g}{D} v_t - \varrho_w w_{t-1}$$

Les mêmes calculs montrent que pour un choc d'offre pur, le minimum de la variance de la production est atteint pour $g = -1$ si $1 - \alpha\sigma > 0$ et $g = \frac{1}{\beta}$ si $1 - \alpha\sigma < 0$. Pour un choc de demande pur, $g = \frac{1}{\beta}$ et pour un choc monétaire pur $g = 0$. Le calcul de la variance est laissé au lecteur.