

N° 8314

ORIGINE ET ORIGINALITE
DE LA PLANIFICATION FRANCAISE

Pascal PETIT

Juillet 1983

Version française d'une contribution à un recueil d'articles
sur la planification en Europe à paraître in "Contributions
to Political Economy" Cambridge 1984.

R E S U M E

La théorie des équations aux différences non linéaires a connu des développements importants dans les années récentes, à la suite des efforts fournis par des théoriciens de différentes disciplines — en particulier des physiciens — afin de mieux comprendre, en utilisant la notion de "bifurcation de Hopf", l'apparition de cycles et la transition vers la turbulence dans les systèmes physiques, biologiques ou écologiques. Ces nouveaux développements semblent potentiellement très utiles pour l'étude des phénomènes périodiques et apériodiques en économie. Le but de cet article est de présenter certains de ces nouveaux développements dans une forme compacte qui soit, on l'espère, utilisable par les théoriciens de l'économie.

S O M M A I R E

	Pages
I - LA MYSTIQUE DU PLAN	1
II - LES QUATRE PREMIERS PLANS : QUELQUES TRAITS MARQUANTS	4
III - TRADITION ETATISTE ET PLANIFICATION	10
IV - LEGITIMITE NOUVELLE ; UNE NOUVELLE GENERATION AU POUVOIR	15
V - CADRES, TECHNOCRATIE ET PLANIFICATION	20
VI - UNE EXPERIENCE RENOUVELABLE ?	27

BIBLIOGRAPHIE

ORIGINE ET ORIGINALITE DE LA PLANIFICATION FRANÇAISE

P. PETIT

Résumé

Dans les années soixante, trois types d'explication furent donnés par les auteurs anglo-saxons pour caractériser l'origine et la nature d'une expérience de planification française, qui apparaissait comme un des fondements de la remarquable croissance de l'économie dans les années 50-60.

L'expérience d'un déclin de la planification ces quinze dernières années, comme des travaux d'histoire contemporaine, éclairent d'un jour nouveau les premiers temps de la planification en France. La réévaluation des thèses en présence que tente cette étude souligne l'importance de transformations sociales initiées au cours des années trente, comme l'apparition progressive du groupe des cadres. Ceci rappelle les contingences historiques de la mobilisation passée en faveur du plan... précisant par là même quelques-unes des conditions nécessaires à un renouveau de la planification en France dans les années 80.

THE ORIGINS OF FRENCH PLANNING : A REAPPRAISAL

Summary

In the mid sixties, three types of explanations were given in the english-speaking litterature to characterize the origin and the nature of a French planning experience which appeared as a corner stone of the noticeably rapid growth of the economy.

The decline in planning of the last fifteen years and recents works in contemporary history shed a new light on the early times of the planning process in France.

The reapparaisal of the relevant theses which is attempted stresses the importance of social transformations underway since the thirties as the emergence of the "cadres" as a specific social group.

This recalls the historical contingencies of a mobilization for the plan... which precises the conditions set on any revival of the French planning process in the 80's.

x

x

x

Mots clés : planification - ~~histoire~~ - France - croissance - après-guerre.

I - LA MYSTIQUE DU PLAN

Au début des années 50 la crainte était générale de voir les économies européennes retrouver la stagnation et les variations cycliques de l'entre-deux-guerres. La période exceptionnelle de reconstruction s'achevait. Rien ne garantissait que les transformations des économies de marché depuis 1939 constituent les formes d'un "capitalisme moderne" à même d'assurer croissance forte et plein emploi.

Il fallut que l'économie française expérimente pendant plus de dix ans une croissance soutenue pour que dans les pays anglo-saxons, où croissance et fluctuations se distinguaient mal de celles observées dans l'entre-deux-guerres, on s'interroge avec intérêt sur les mérites du modèle de planification français. C.P. KINDLEBERGER (1963) fait remonter à 1961 (P. MASSÉ (1961), *The Economist* (1961), P.E.P. (1961)) la vague d'interrogations que suscita dans le monde anglo-saxon l'expérience française (P. MASSÉ (1962), J. SHEAHAN (1963), Mac LENNAN (1963), S. WICKHAM (1963), A. SHONFIELD (1965), C.P. KINDLEBERGER (1967)).

Ces analyses mêlaient à des degrés divers principalement trois types d'interprétations pour expliquer que dans des conditions similaires semble avoir réussi en France un modèle de planification qui avait échoué au Royaume-Uni.

Selon une première analyse une tradition d'interventions de l'Etat en économie aurait permis après la guerre une extension des activités et de l'administration publiques.

Dans une seconde interprétation le renversement politique de l'immédiat après-guerre aurait favorisé l'arrivée aux postes clés des administrations et des entreprises publiques d'une couche de dirigeants porteurs d'une légitimité nouvelle pour mettre en oeuvre un programme de planification définie dans la Résistance.

Enfin une troisième ligne d'analyse moins développée que les précédentes met en avant l'archaïsme du patronat d'avant-guerre et l'émergence de nouvelles couches dirigeantes dès les années trente.

Ces trois types d'argumentation renvoient à des transformations de l'organisation sociale en France perçues dans des perspectives historiques différentes. Toutefois, pour évoquer l'histoire du plan lui-même sa mise en oeuvre et le dynamisme des personnes directement concernées, tous les auteurs s'accordent pour parler de mystique. Cette métaphore entend mettre l'accent sur le credo productiviste d'un petit groupe de personnes persuadées qu'une certaine organisation de l'économie permet croissance forte et plein-emploi.

Quelles que soient les raisons qui ont donné une certaine efficacité à leur action, l'après-guerre a fourni à ce volontarisme l'occasion de se traduire en acte.

Les analyses rappelées ci-dessus sont contemporaines du 4ème plan (1962-1965) qui marque en quelque sorte l'apogée de ce que l'on a appelé la planification indicative à la française. C'est du moins ce qu'il ressort des travaux les plus récents (J. DELORS (1978), S. ESTRIN-P. HOLMES (1983), F. FOURQUET (1980)) qui font remonter au milieu des années 60 un déclin du plan devenu particulièrement manifeste après 1975 (avec le 7ème plan et la préparation du 8ème plan) (1).

Cette évolution invite à reconsidérer les analyses faites dans les années 1960. Les trois thèses principalement avancées pour expliquer l'apparent succès du modèle de planification utilisé en France voient rétrospectivement leur domaine de validité et leur importance relative précisés. En particulier la thèse privilégiée dans les années 1960 qui voit dans les caractéristiques séculaires des institutions gouvernementales françaises l'origine de l'expérience de planification n'apparaît plus aussi primordiale et les aspects contradictoires qu'elle recèle ressortent plus fortement.

De plus, la parution depuis lors des mémoires de nombre des participants actifs de la planification de 1945 à 1965 comme les travaux d'histoire contemporaine sur les années trente et la période de guerre constituent un apport important pour comprendre les évolutions sociales que cherchent à identifier les trois interprétations précédentes. Ces témoignages précisent en particulier les fondements "techniques" et politiques de la légitimité des hommes amenés par le renouvellement de 1945.

(1) Selon Mr. BLANC, ex-Commissaire Adjoint au plan cité par F. FOURQUET (1980) p.25 : "Cet esprit, cette mystique porteuse de toute une équipe de gens venus d'horizons divers meurent à partir des années 1960".

C'est donc en s'appuyant sur l'éclairage qu'apportent d'une part l'expérience d'un déclin de la planification de 1965 à 1980, d'autre part des travaux d'histoire contemporaine que l'on va chercher ici à re-préciser l'analyse du modèle de planification à la française des années 1945 à 1965. Une des clés d'une meilleure compréhension de la période tient précisément aux possibilités de relier le credo des planificateurs à une conception des rôles et de l'organisation sociale commune à un groupe social plus large.

Le groupe des cadres qui se constitue sur cette période 1930-1960 semble à même de remplir cette fonction dans l'analyse. En se référant à cette transformation sociale on perçoit une dimension particulièrement intéressante des interrelations entre dirigeants des secteurs public et privé. Cette perspective peut contribuer aussi à expliquer les difficultés que rencontre, au-delà des problèmes fondamentaux liés à l'internationalisation des économies, une éventuelle relance du processus de planification en France dans les années 1980.

A relier l'évolution de la planification à une transformation sociale on risque de négliger l'articulation fondamentale de cette dernière avec des transformations radicales des conditions de production elles-mêmes. Apparition et disparition de la planification sont indissociables des situations fondamentales que furent respectivement le besoin de reconstruction d'après-guerre ou l'internationalisation de la production à la fin des années 60. Nous verrons toutefois qu'elles ne s'y réduisent pas.

Il est néanmoins utile, sur la période étudiée, de resituer à grands traits chaque plan, dans son contexte économique d'ensemble en précisant les moyens d'action et les objectifs qu'il retient (§ II).

On pourra ensuite en mobilisant expériences et travaux récents, montrer la pertinence et les limites des trois lignes d'analyses mises en avant dans les années 60 pour rendre compte du caractère spécifique de l'expérience de planification française (§ III, IV).

On développera enfin les éléments qui dans l'émergence de la catégorie sociale des cadres éclairent le rôle de la planification dans la croissance française (§ V). Les conclusions viseront surtout à apprécier in fine les perspectives qui en résultent pour une relance de la planification dans la période actuelle.

II - LES QUATRE PREMIERS PLANS : QUELQUES TRAITS MARQUANTS

On ne rappellera ici que quelques traits distinctifs des quatre premiers plans et de leur contexte largement exposés par ailleurs dans les ouvrages anglo-saxons pré-cités (J. Hackett et A.M. Hackett (1963) S.Estrin et P.Holmès (1983) ou dans des ouvrages français classiques (Gruson C.(1968), Ullmo Y (1974), Bauchet P (1962).

Le premier plan (1947-1953) dit Plan de Modernisation et d'Equipement s'est fixé pour tâche de relever les niveaux de production dans six secteurs de base : charbon, électricité, acier, ciment, machines agricoles et moyens de transport (2).

Monnet qui fut l'artisan de ce plan de reconstruction, a fixé avec insistance les formes de l'action des planificateurs : un nombre restreint de collaborateurs (une cinquantaine de personnes au maximum) dans un Commissariat au Plan dépendant directement du Premier Ministre organisant des réunions par branche entre des patrons dynamiques (non forcément représentatifs du milieu), des syndicalistes et des agents de l'Etat. Cette forme d'organisation s'inspire des Development Councils mis au point sans lendemain par S. CRIPPS au Royaume-Uni, mais aucune référence n'est faite curieusement par J.MONNET (1976) aux plans établis par l'administration de Vichy pourtant avalisés en 1944 par le gouvernement provisoire du Général De Gaulle (Cf III).

Ce premier plan s'inscrit dans le prolongement des périodes de rationnement de l'immédiat après-guerre. L'équipe de J. MONNET s'était alors occupée de la répartition du premier prêt bail accordé à la France par les Etats-Unis. Ainsi le commerce extérieur reste-t-il très dirigé et l'octroi des licences d'importation constitue un puissant moyen d'intervention, qui vient s'ajouter à l'instrument majeur de la planification : le contrôle des possibilités de financement externe des investissements. L'aide Marshall, convertie par le biais d'un Fonds de Modernisation et d'Equipement ancêtre du F.D.E.S. (Fonds de Développement Economique et Social) est utilisée pour financer des investissements reconnus comme prioritaires : le bilan du 1er Plan établi par J. MONNET précise que sur les 3800 Milliards d'investissements réalisés en 5 ans, 2000 ont été autofinancés, 240 ont été portés

(2) S'y ajoutent en 1950 quand le plan de 4 ans initial fut prolongé, les engrais et le pétrole.

à la charge du budget de l'Etat et 1560 milliards ont été prêtés par le Fonds de Modernisation et d'Equipement dont 750 correspondant à l'aide américaine (Cf. F. FOURQUET 1980 p.403).

Dans une période où le credit est difficile, ce contrôle sur les possibilités d'investissements fournit ~~un~~ un moyen d'intervention particulièrement efficace.

Par rapport aux objectifs de production fixés par le plan, les résultats sont satisfaisants comme le montrent les taux de réalisation : charbon 0,92, électricité 0,95, pétrole 1,16, acier 0,8, ciment 1,02, tracteurs 1,15, engrais 0,91.

Ce plan ne prétendait pas toutefois avoir une cohérence globale. D'aucuns (BAUM (1958), SHEAHAN (1963)) prétendront ainsi que certains objectifs trop élevés ont nui aux performances de l'économie globale.

La période du premier plan est aussi marquée par une forte inflation et un déficit chronique du commerce extérieur, que compense mal un relèvement de l'économie certes rapide mais juste suffisant pour retrouver les niveaux de 1929 : en 1952 la production nationale brute dépasse bien de 39 % celle de 1946, mais ceci n'équivaut qu'à + 3 % de celle de 1929 (et + 19 % de celle de 1939) (P. BAUCHET 1962 p.190). Dès 1945 la France se caractérise par l'importance de l'inflation : de 1945 à 1949 les prix de gros sont multipliés par 8,7 alors que ce facteur n'est que de 4 en Belgique, de 2,6 aux Pays-Bas, de 2 en Grande-Bretagne. Une vive lutte des classes accompagne ces mouvements de prix : grèves ouvrières en 1947 d'un côté, actions des paysans et des commerçants pour maintenir des marges obtenues en temps de pénurie de l'autre. La guerre froide aggrave ces tensions. La participation des syndicats aux commissions du plan diminue. La C.G.T. se retire du plan en 1948 (pour ne revenir qu'en 1961).

Au terme de ce premier plan à l'évidence rien n'est joué quant aux formes du développement à venir.

C'est en fait durant la période 1953-1961 des second et troisième plans que va apparaître la forme particulière d'articulation entre mécanismes de marchés et interventions étatiques qui caractérise la planification indicative à la française.

Jean MONNET n'est plus à la tête d'un Commissariat au Plan qui, par ailleurs, est rattaché (par Mendès-France en 1954) au Ministère des Finances, ce qui accroît les liaisons entre planificateurs et administration économique traditionnelle. Dans le même temps, administrations et institutions spécialisées développent fortement les cadres de la comptabilité nationale (inexistants jusqu'en 1949).

Dans ce contexte modifié le plan va viser des développements sectoriels ayant une cohérence globale pour obtenir une croissance maximum respectant les équilibres intérieurs et extérieurs.

Des commissions de branche en nombre accru cherchent à promouvoir gains de productivité, croissance et investissement dans l'industrie essentiellement.

En terme de croissance, d'investissement ou d'exportations les prévisions seront assez largement réalisées (Cf Tableau I)

Tableau I

TABLEAU I	COMPARAISON DES PRÉVISIONS ET RÉALISATIONS DES PLANS ¹					
	(Indices d'accroissement au cours de la période) ²					
	II ^e Plan ³		III ^e Plan ⁴		IV ^e Plan ⁵	
	Période 52-57		Période 57-61		Période 59-65	
	Prév.	Réal.	Prév.	Réal.	Prév.	Réal.
Production intérieure brute	124	130	120	116	138	140
Consommation totale	122	133			135	138
— consommation des ménages		134	119 ⁶	114 ⁶	135 ⁷	138 ⁷
— consommation des administrations		129	104	105	129	144
Formation brute de capital fixe (f.b.c.f.)	124	147	115	117	149	161
— f.b.c.f. entreprises		150	120	119	147 ⁹	152 ⁸
— f.b.c.f. ménages	⁸	139 ⁸	92	102	134 ¹⁰	176 ¹⁰
— f.b.c.f. administrations		143	127	129	185	176
Exportations	121	141	126	147	147	162
Importations	102	150	100	118	155	191

source : Carré J, Dubois P, Malivaud E. 1972 P. 573.

La croissance beaucoup plus forte que prévue des importations lors du II^e Plan 1954-1957 rappelle les déséquilibres graves des paiements extérieurs sur la période : la balance des paiements courants est particulièrement déficitaire en 1956 : -684 millions \$ et 1957 -1204 millions \$.

./.

De même les tensions inflationnistes, déjà une caractéristique du premier plan, réapparaissent à la fin du IIème plan (années 1956-1957).

Par contre, la rupture politique intervenue en 1958, contribue avec l'arrivée d'un pouvoir fort à contenir l'inflation et à rééquilibrer les échanges (après la dévaluation de 1958) sur la période du IIIème plan (3).

Au niveau des secteurs industriels eux-mêmes, les écarts entre prévisions des IIème et IIIème plans et réalisations s'avèrent beaucoup plus variables. Les industries mécaniques et électriques accroissent leur production de 55% au lieu de 30% prévus lors du IIème plan. Par contre la production de machines outils ne s'accroît que de 9% au lieu des 40 à 50% prévus.

Le contrôle de certaines sources de financement des investissements constitue le seul moyen de pression (hormis la force de persuasion souvent rappelée par les planificateurs) pour faire passer dans les faits les priorités définies par le plan.

La dispersion sectorielle des taux de réalisation souligne l'efficacité toute relative de cet instrument alors que les sources de crédit se diversifient. L'autofinancement est passé de 0.53 au premier plan à 0.7 au troisième plan (4). Par contre, le plan dont la technique comptable s'affine présente de façon marquée lors du IIIème plan un cadre cohérent de perspectives sectorielles à moyen terme qui servent de cadre de référence aux entreprises dans leur propre programmation.

Le quatrième plan (1962-1965) va chercher à étendre cette planification indicative en intégrant les aspects sociaux du développement. Dans le même moment l'internationalisation des économies qu'accélère la récente création du Marché Commun montre les limites des possibilités de prévision.

Les commissions du plan ont peu de moyens pour appréhender les tendances des marchés et des productions extérieures.

L'internationalisation réintroduit un aléa que le plan avait précisément pour objectif de réduire.

(3) Le changement de contexte provoqué par la naissance de la Vème République conduira à remanier le IIIème plan par adjonction d'un plan dit intérimaire de 1960 à 1961.

(4) Au cours de l'année 1961 sur un montant d'investissements de 2000 milliards 1400 étaient auto-financés et 400 bénéficiaient de prêts bonifiés (A. SHON-FIELD (1965) p.170).

Si le 4ème plan marque l'apogée d'une forme de planification indicative c'est surtout par les engagements qu'a pris à son égard le gouvernement. Le plan est soumis pour la première fois au Parlement et le gouvernement s'engage sur les programmes d'équipements collectifs, alors que dans les IIème et IIIème plans les recommandations des commissions en la matière n'engageaient pas les administrations concernées.

Cette implication plus forte des administrations étend la sphère d'intervention du plan.

Les résultats coïncident remarquablement avec les prévisions : la production intérieure brute s'est accrue de 24% comme prévu, les investissements des entreprises de 29% (au lieu de 32%) et les équipements collectifs de 51,5% (au lieu de 50%) (Y. Ullmo 1974)

Toutefois, deux difficultés majeures sont venues ternir ces relatifs succès laissant entrevoir les causes du déclin à venir du processus de planification.

D'une part encore une fois les exports et surtout les imports ont crû plus vite que prévu (Cf tableau II).

Tableau II

Prévisions et réalisations (taux de croissance annuels moyens)

	1953-57 II ^e Plan	1957-61 III ^e Plan	1960-61 Interim Plan	1961-65 IV ^e Plan	1965-70 V ^e Plan	1970-75 VI ^e Plan	1975-80 VII ^e Plan
PNB							
Prévision	4.4	4.9	4.26	5.5	5.0	5.9	5.2
Réalisation	5.21	4.53	6.25	6.28	5.8	3.78	3.08
Imports							
Prévision	0.40	1.92	3.4	5.31	8.8	9.8	11.9
Réalisation	8.45	4.36	12.52	13.46	12.59	6.59	9.62
Exports							
Prévision	3.89	6.18	9.86	4.66	8.9	10.5	12.0
Réalisation	7.11	10.67	11.67	6.82	11.39	8.53	7.17

source : S. Estrin , P. Holmes (1983) p.75.

conduisant à une détérioration du solde extérieur : la balance commerciale rede-
vient négative en 1964 alors qu'elle n'avait cessé d'être positive depuis la
dévaluation de 1959.

D'autre part, les tensions inflationnistes sont réapparues en 1963 conduisant au "plan" de stabilisation de Septembre 1963 et soulignant les difficultés majeures que présente l'articulation entre planification de moyen terme et politiques conjoncturelles.

Ce sont effectivement ces deux éléments:réactions à des crises conjoncturelles internes et interdépendances croissantes des économies qui conduisent à l'affaiblissement notable du processus de planification lors des 5ème et 6ème plan marqués respectivement par Mai 1968 pour le premier et la crise du pétrole de 1973 pour le second. Le VIIème plan (1975-1980) en anticipant à tort une reprise de l'économie mondiale entérine l'étroitesse des limites de la planification indicative dans une période rendue difficile par un chômage fortement croissant, alors que les moyens budgétaires stagnent et que le développement d'un marché financier international réduit l'importance des moyens de contrôle public du crédit.

L'indécision qu'entraînera cette série d'échecs retarde la formulation d'un VIIIème plan quand le changement politique de Mai 1981 conduit à revoir l'ensemble du processus de planification.

L'interrogation que l'on peut mener sur les conditions de réalisation de la phase ascendante du processus de planification (soit 1945/1965) doit précisément permettre d'éclairer les possibilités de mobiliser dans les années quatre vingts les énergies nécessaires à la mise en oeuvre d'un nouveau modèle de planification.

III - TRADITION ETATISTE ET PLANIFICATION

Le caractère traditionnellement interventionniste de l'Etat dans l'économie française est le plus souvent mis en avant pour expliquer une expérience de planification plus développée qu'ailleurs. C'est en particulier la thèse principale de l'analyse comparative de A. SHONFIELD (1965). Effectivement depuis Colbert et les périodes napoléoniennes, l'histoire économique de la France fournit maints exemples d'interventions visant à développer certaines productions (manufactures colbertistes, armement, chantiers navals) ou à réaliser des infrastructures fluviales ou ferroviaires, mais cette thèse a de nombreuses limites. En tout premier lieu elle reste très imprécise. Elle semble mettre sur le même plan toutes les interventions de l'Etat dans la sphère économique du contrôle des prix aux nationalisations. Elle présuppose de plus une cohérence d'ensemble à ces interventions. Explication de très long terme elle voit dans les variations des interventions publiques au cours du temps une réponse adaptée aux nécessités du moment. Cette vérification n'est jamais entreprise.

Les tenants de cette thèse ne s'interrogent point sur les contradictions que présentent à leur analyse les phases successives de dirigisme ou de libéralisme économique. Peu d'attention est portée aussi aux incohérences internes voire aux interventions erronées. Les exemples abondent et l'on pourrait renversant la proposition initiale dire paradoxalement que l'expérience de planification française a eu lieu malgré la pratique étatique française.

Nombre de faits contredisent en effet la thèse qui verrait dans l'appareil d'état hérité du passé centralisateur de la France un facteur manifestement propice à l'instauration d'une expérience de planification indicative.

Symboliquement il est utile de rappeler les craintes des pesanteurs administratives qui poussent J. Monnet à réclamer un rattachement direct du Commissariat au Plan au Premier Ministre. On a déjà dit que le système des commissions entendait s'inspirer de l'exemple anglais des Development Councils.

D'aucuns ont voulu voir dans les corps de hauts fonctionnaires les vecteurs d'une tradition de dirigisme éclairé. Mais ces corps restent à la fin de la guerre plus marqués par leur rigidité, leur division et leur orthodoxie que par leur modernisme et leur créativité.

C'est en partie pour remédier à ces carences que l'Ecole Nationale d'Administration E.N.A. fut créée en 1945 (et encore une fois selon un modèle britannique (A. SHONFIELD 1965 p.171)). L'Inspection des Finances, corps le plus prestigieux, n'est par ailleurs pas à même d'impulser seule une nouvelle dynamique de croissance. C.P. KINDLEBERGER (1965) estime à partir d'une étude de P. LALUMIERE (1959) qu'avec seulement une soixantaine de personnes engagées dans des tâches d'administration économique en 1955 les membres de ce corps ne peuvent être considérés comme le foyer du changement. L'étude de E. CHADEAU (1979) conforte ce point de vue. L'équipe de J. MONNET mélange d'ailleurs inspecteurs des finances, agrégés de l'université, ingénieurs, bacheliers... (P. BAUCHET (1962) p.16, 46). Certes l'existence des corps d'ingénieurs facilite depuis les temps napoléoniens les dialogues entre secteur privé et administrations. Mais dans le cas précis de l'après-guerre, c'est surtout la transformation de l'ensemble de la fonction d'encadrement (vue au § V) qui vient conférer une nouvelle vigueur au rôle de ces corps.

En fait dans l'administration, le poids traditionnel du Ministère des Finances risque plus d'avoir ralenti tout mouvement que d'en avoir été l'initiateur. Responsable de l'orthodoxie financière le Ministère des Finances prépare des budgets annuels qui selon la conjoncture se heurtent plus ou moins fortement aux priorités de long terme définies par le plan. Mendès-France en 1954 en créant les lois programmes qui étendent le champ d'action budgétaire et en rattachant le Commissariat au Plan au Ministère de l'Economie a voulu jeter les bases d'une articulation entre politique de court-terme et politique de long terme. Il fallut attendre le IVème plan soit 8 ans après pour que cette volonté se traduise par des engagements budgétaires selon les lignes du plan. Le plan de stabilisation de 1963 et Mai 1968 mirent à mal cette "harmonisation" en rappelant les impératifs de la conjoncture. Aussi bien les rapports entre le Ministère des Finances et le Commissariat du Plan (à nouveau rattaché au Premier Ministre en 1962) ne parvinrent-ils jamais à engendrer des dynamiques réellement convergentes sauf peut-être dans le cadre de grands projets d'équipement bien dans la tradition de l'intervention publique avec ses heurs et ses malheurs (plan calcul, filière atomique, Concorde, ...).

La conversion à la planification, sous l'impulsion d'hommes comme F. BLOCH-LAINE et son équipe, d'un Ministère des Finances très libéral dans les années trente fut progressive et partielle.

La réflexion sur le long terme ne s'est traduite en programmes budgétaires dans les administrations que tardivement : le Ministère de l'Education Nationale s'est ainsi laissé surprendre dans les années 1960 par le double effet de la croissance de la démographie et de la scolarisation phénomènes largement

prévisibles (voir J. HACKETT et A.M. HACKETT 1963 p. 185). MILLERON et alii (1979) soulignent le manque de coordination entre services d'études et services budgétisant les dépenses des Ministères.

En d'autres termes, la pratique administrative sur cette période 1945-1965 fait apparaître au moins autant de rigidités que de facteurs de changement. On note par ailleurs l'absence jusqu'en 1949 de cadre de comptabilité nationale ; ainsi malgré les efforts précurseurs et constants de A. SAUVY pour développer l'appareil statistique dès l'entre-deux-guerres, le développement des bases statistiques et des méthodes accompagne plus l'expérience de planification qu'il n'en constitue une des causes premières.

In fine on peut penser que dans la thèse attribuant à une tradition interventionniste l'origine de la planification en France, le rôle central revient moins à l'appareil d'état qu'au secteur nationalisé. Indéniablement le secteur nationalisé joue un rôle moteur dans la mise en place et la réalisation du plan. Mais, d'une part ce secteur n'est en 1945 pas plus important que dans les autres pays, d'autre part il semble être en butte aux mêmes a-priori de la part du secteur privé et de l'opinion que dans les autres pays. Ainsi, en 1973, le secteur nationalisé réalisait 11,5 % de la production nationale contre 11% en R.F.A. les données analogues en matière d'emploi s'élevant respectivement à 7,5% et 8,3% (E.VESSILLIER 1977).

Certes, les secteurs d'activité des entreprises nationalisées semblent en France plus diversifiés que dans les autres pays européens puisqu'ils incluent des entreprises de l'aéronautique, du pétrole, de la chimie, de l'automobile, du transport maritime et ferroviaire, de radio-télévision, de télécommunications, de l'énergie, de la banque et des assurances

La constitution du secteur nationalisé s'est principalement effectuée par vagues successives, 1919-1920, 1935-1936, 1946, 1982. A quelques exceptions près, (5) les premières nationalisations correspondent à la fin de la première guerre mondiale. Il s'agit alors soit de gérer des biens allemands confisqués (mines de potasse d'Alsace, office national industriel de l'azote) soit d'assurer en créant des sociétés d'économie mixte le ravitaillement stratégique du pays en charbon ou en pétrole. Pour les nécessités du redressement de l'économie sont créées des institutions financières comme le Crédit National (1919) ou le Crédit Agricole (1920).

(5) Les tabacs 1810, le courrier 1851, les journaux officiels 1800, les établissements financiers à statuts spéciaux comme la Banque de France 1880, la Caisse des Dépôts 1816 ou la reprise des Chemins de Fer de l'Ouest tombés en faillite en 1877 (Cf.C.STOFFAES 1983).

Dans un second temps la crise des années 1930 oblige l'Etat à prendre des participations dans les entreprises de transports (Compagnie Générale Transatlantique (1933) Air France (1935), création de la S.N.C.F. en 1937 où l'Etat possède 51% des actions). Après le Front Populaire (1936), le principe d'une politique de nationalisations pour répondre à la faillite de l'économie de marché prend forme en particulier après le revirement du Parti Communiste jusque là opposé à toute nationalisation considérée comme trop réformiste (GREVET P. (1982)).

Ce n'est toutefois qu'en 1946 que la conjoncture politique permet la nationalisation complète de la production et distribution d'énergie, d'une partie des transports aériens et maritimes, des grandes banques de dépôt et de grandes entreprises impliquées dans la collaboration (Renault et SNECMA ex Gnôme-Rhône, fabricant de moteurs d'avions).

L'ensemble du secteur nationalisé, avec des dirigeants au dynamisme souvent prisé comme L.Armand à la S.N.C.F. P.Massé à l'E.D.F. P.Lefauchaux chez Renault, a dégagé des gains de productivité élevés qui ont leur part dans l'explication de la croissance forte des années 1950 et 60.

La liaison de ce dynamisme avec le processus de planification lui-même n'est cependant pas immédiate. Nous verrons qu'elle passe moins par un mécanisme institutionnel précis que par une adhésion commune des cadres des grandes entreprises du public et du privé à une volonté de croissance et de rationalisation. Ce faisant l'articulation entre secteur nationalisé et planification fera apparaître quelques contradictions. Le premier plan reste quelque peu exceptionnel dans la mesure où le secteur nationalisé directement impliqué dans les trois secteurs prioritaires : le charbon, l'électricité et les transports est au coeur du projet de planification.

Dans ces secteurs, les objectifs définis par le plan ont eu une importance capitale, comme le souligne P.Massé à propos d'Electricité de France : "Sans l'effort coordonné amorcé par le Plan, ce dessein ambitieux (le quasi-doublage de la production) se serait heurté à un scepticisme paralysant."(P.Massé 1965 P.146).

Ce pari est d'autant plus important que les préjugés restent forts dans l'opinion et les milieux privés dans l'immédiat après-guerre à l'encontre d'une étatisation supposée incompétente (Cf EHRMAN 1971 P.344).

Les succès rencontrés aideront à "légitimer" ce patronat public contribuant aussi à accroître l'autonomie de ces secteurs

dans leurs choix de développements. Les entreprises publiques des autres secteurs (automobile, aéronautique, pétrole) ont par ailleurs, dès le départ, disposé d'une marge d'autonomie plus grande.

CARRE et alii (1972, p.588) estiment à 30 % du total des investissements, les investissements productifs directement liés à la croissance où le plan peut avoir un rôle incitatif direct. En fait, la plupart des auteurs s'accordent à souligner qu'autonomie croissante des choix d'investissements des entreprises publiques et procédures routinières de financement du F.D.E.S. n'ont pas permis de dégager une politique unique et cohérente pour l'ensemble du secteur nationalisé (CARRE et alii (1972) p.590, S. ESTRIN, P. HOLMES (1983) p.170, BONNAUD (1976) p.100, P. BAUCHET (1969) p.470). Renault, poursuivant ses projets d'investissements au début des années soixante malgré les avis du plan, est à cet égard révélateur.

Quant au secteur bancaire nationalisé il n'a pas joué le rôle d'instrument de financement au service d'un plan de production que lui assignait la loi de 1945. Les raisons avancées couramment sont elles-mêmes révélatrices (cf. GREFFE (1983) p.523) : absence de politique de la part des pouvoirs publics, méconnaissance de l'intérêt général, dichotomie désuète entre un système collecteur d'épargne et un système prêteur multipliant les intermédiaires.

En définitive, considérer l'articulation entre l'expérience de planification et les pratiques "traditionnelles" de l'Etat fait ressortir le caractère si ce n'est nouveau au moins hétérogène de l'expérience. Il est difficile de voir dans les formes passées d'intervention de l'Etat la source d'un déterminisme dont le processus de planification serait issu.

De façon plus générale ce constat renvoie lui-même à une vision "hétérogène" de l'Etat dont les formes institutionnelles tiendraient plus à la nature des conflits sociaux qui les ont fait émerger, qu'au poids des formes institutionnelles héritées du passé. Cette mise en garde contre l'illusion d'un état volontariste trouvant aisément sa cohérence dans l'ensemble des formes institutionnelles qui le constitue est d'ailleurs un des principaux enseignements de l'étude de R. DELORME et C. ANDRÉ (1983) sur l'Etat et l'économie en longue période.

La nécessité ainsi rappelée d'avoir à rechercher dans le contexte de la période historique qui l'a vu naître les fondements de l'expérience de planification française a par contre conduit à surestimer l'importance de la rupture politique intervenue à la libération.

IV - LEGITIMITE NOUVELLE : UNE NOUVELLE GENERATION AU POUVOIR

A contrario le relatif déclin du processus de planification depuis le milieu des années soixante, a contribué à conférer une importance plus grande aux thèses insistant sur le pouvoir neuf dont se trouvèrent investis à la libération les cadres issus de la Résistance. Ce facteur est indéniable. La rupture politique de 1944 est totale et les règlements de compte apparentent la libération à une période de guerre civile. H.W. EHRMAN (1957) rappelle comment De Gaulle reçut la première délégation de patrons : "On ne vous a pas beaucoup vu à Londres, Messieurs" ajoutant "après tout, vous n'êtes pas en prison". Dans le sillage de la libération du territoire en effet plusieurs milliers d'employeurs furent arrêtés pour des durées plus ou moins longues. En 1944, la Charte du travail de Vichy est abolie, mais tandis que les syndicats C.G.T. et C.F.T.C. réapparaissent, les organisations patronales restent soumises à contrôle préalable.

A la fin de 1945, nombre d'employeurs songent à émigrer. L'ensemble du patronat se trouve alors déconsidéré. Le grand patronat s'est compromis en collaborant avec l'administration de Vichy. Le petit patronat de l'entre-deux-guerres est plus que jamais vilipendé pour son malthusianisme et son incompétence, de façon peut-être caricaturale (LEVY LEBoyer (1974)). En 1946 des tentatives législatives sont faites pour criminaliser "les profits illégaux" ou le "sabotage économique" imputable aux patrons. Déconsidérées, les organisations patronales restent sans voix, à deux exceptions : l'Association des Jeunes Patrons qui publie une déclaration des Droits et Devoirs des Employeurs, et la Confédération des Petites et Moyennes Entreprises CGPME de L. Gingembre. De plus, les nationalisations touchent, avec les grandes industries des Mines, des Assurances, les grands soutiens financiers des organisations patronales. Dans l'ensemble, le patronat est dans cet immédiat après-guerre très défaitiste.

Dans de telles conditions le volontarisme des premiers planificateurs agit efficacement. J. DELORS (1978) rappelle comment J. MONNET convoqua les sidérurgistes et leur assigna un objectif de production élevé. On a vu avec l'exemple de P. MASSE comment cette mobilisation touchait aussi les secteurs nationalisés où les nouveaux dirigeants se voyaient confier des missions "impossibles". Les cadres investis par le gouvernement provisoire détenaient une légitimité qui dans le contexte de l'immédiat après-guerre leur donnait dans leurs fonctions une grande autorité.

Les acteurs de cette période que ce soit au plan ou dans les services statistiques travaillant en liaison avec le plan, ont tous été marqués par cette atmosphère extraordinaire d'action intense devant l'opportunité offerte de réorganiser en profondeur l'économie nationale. C'est du moins ce qui ressort avec force des interviews du petit groupe de personnes concernées réalisées par F. Fourquet (1980).

Ce petit groupe inclut non seulement les quelques personnes qui entourent J. Monnet comme Uri, Hirsch ou Marjolin mais aussi ceux en étroits contacts qui vont développer pour les besoins du plan la comptabilité nationale (autour de C. Gruson au Ministère des Finances ou de François Perroux à l'I.S.E.A.). La plupart ont moins de 35 ans en 1946 ; leurs études ou leur début professionnel ont été interrompus par la guerre. Une majorité a pris une part active à la résistance, certains étaient à Londres et à Alger, d'autres ont été éloignés par la maladie pendant la guerre.

Tous les participants de cette aventure collective partagent les credos du Conseil National de la Résistance (CNR) sur la nécessité :

- "d'une organisation rationnelle de l'économie assurant la subordination des intérêts particuliers à l'intérêt général et affranchie de la dictature professionnelle instaurée à l'image des états fascistes"

- "d'une intensification de la production nationale selon les lignes d'un plan arrêté par l'Etat après consultation des représentants de tous les éléments de cette production".

Cette situation historique a fortement marqué les débuts de la planification. On doit toutefois se garder d'exagérer l'importance de cet impétus initial, il n'explique que partiellement les formes et l'efficacité de la planification lors de la période de croissance des années cinquante.

D'une part les conditions politiques ont rapidement changé, le patronat a entrepris de restaurer son image et reconstruit ses organisations. D'autre part, une perspective de plus long terme fait ressortir l'héritage des années trente et de la période Vichyste dans la façon dont la planification sera mise en pratique et reçue par les agents économiques. Précisons ces deux points.

En 1945 communistes et socialistes, majoritaires à la Chambre, s'associent avec les républicains modérés du M.R.P. pour gouverner. Le départ des communistes du gouvernement en Mai 1947 mettra fin à ce tripartisme. De Gaulle a par ailleurs démissionné dès Janvier 1946. Le Plan Marshall, la guerre froide, divisent profondément la gauche. Dans un contexte politique bien différent de celui des années 1944 à 1946, le patronat se réorganise. Créé en juin 1946 le C.N.P.F. (Centre National du Patronat Français), Fédération des Associations Patronales, se trouve pleinement développé en 1948-1949 couvrant 50 à 60 % des emplois et 90 % du capital installé. Dès les élections de 1951, où l'organisation patronale subventionne certains candidats, les lobbies patronaux sont à même d'influencer les décisions parlementaires.

Cette réinsertion politique donne au patronat les moyens pour le moins de résister aux efforts de persuasion du plan si besoin est. Parallèlement par le biais d'association comme l'A.C.A.D.I. (Association de Cadres Dirigeants de l'Entreprise)(cf. W.R. EHRMAN 1957 p.195) les contacts se multiplient entre dirigeants du secteur nationalisé et dirigeants des grandes entreprises privées réussissant en 1951 à mettre un terme à la polémique sur les nationalisations.

L'attitude du C.N.P.F. vis-à-vis du Plan reste ambiguë, mélangeant approbations et critiques globales. Il faut voir là l'effet de la grande divergence d'intérêts et d'opinions entre petites et grandes entreprises.

En tout état de causes en cinq ans de 1946 à 1951 la base des rapports entre le patronat et les planificateurs a été complètement modifiée. La légitimité historique de ces derniers ne peut être d'un grand secours dans leur action. Par contre leur "productivisme" moderniste que partage nombre de dirigeants de grandes entreprises (voir § V) est certainement un point nodal pour expliquer leur rayonnement. Mais ce productivisme, cette volonté d'organiser pour croître, ne surgit pas à la libération. Elle prend ses racines dans les années trente, se développe fortement dans un de ses aspects majeurs sous l'occupation. Cette filiation fondamentale n'apparaît qu'en filigrane dans l'hagiographie du plan, J. MONNET n'y prête aucune attention dans ses souvenirs (contrairement à C. GRUSON), alors que dans les faits elle s'avère nettement plus importante que les références à des expériences britanniques mort-nées. Les objectifs "irréalisables" du plan Monnet qui fixèrent l'échelle du volontarisme des planificateurs de 1946 découlent naturellement des plans de redressement préparés par l'administration de Vichy, mais là n'est pas le seul rapprochement.

Dans l'administration économique de Vichy coexistent de façon contradictoire un courant corporatiste et un courant technocratique planificateur. Le débat sur la planification a été particulièrement fourni dans les années trente. Le chômage, la récession économique consécutifs à la crise de 1929 eurent pour effet de convaincre des hommes politiques, des syndicalistes, des dirigeants d'entreprises, des journalistes, des fonctionnaires de la nécessité de remédier aux désordres des marchés par un recours à une certaine planification.

On peut distinguer trois tendances chez ceux qui entendent ainsi réformer l'économie de marché.

Pour les uns le plan est une évolution douce vers le socialisme. Tel est l'objectif du plan que propose la C.G.T. réformiste de JOUHAUX à partir de 1935.

Pour d'autres, la rationalisation introduite par le plan va promouvoir la croissance, permettant de sortir de la crise sans préciser l'évolution des rapports sociaux. Ces deux courants sont présents au sein du mouvement planiste (cf. § V).

Mais l'on trouve aussi des personnes attirées par le fascisme qui voient dans la planification un moyen de développer des organisations corporatistes et de contenir les trusts.

L'avènement du régime de Vichy donne l'occasion à ces deux dernières tendances de se manifester. Une partie du courant technocratique, sous l'impulsion de J. BICHELONNE met en place (loi du 16 août 1940) les Comités d'Organisation. Ces comités sont initialement chargés de recenser les besoins en matières premières et main-d'oeuvre au niveau de chaque branche, de définir les niveaux de production et de fixer les prix. A la présidence de ces comités très dirigistes furent nommés essentiellement des patrons de grandes entreprises. La Charte du Travail (octobre 1941) entend adjoindre quelques mesures corporatistes à une organisation économique dominée par le grand patronat en contradiction avec les diatribes vichystes contre les trusts. Ces comités sont un instrument de gestion d'une économie de guerre mais leur potentialité pour établir une planification à long terme apparaît aussi bien à certains Vichystes qu'à ceux qui dans la résistance entendent préparer l'avenir. L'O.C.M. (Organisation Civile et Militaire) réseau de résistance composé de hauts fonctionnaires et de patrons y fait référence dans ses écrits qui inspirèrent la partie économique du programme du C.N.R. (Conseil National de la Résistance). Seule la collaboration de ces comités

d'organisation permet en 1942 de donner quelque consistance au plan d'équipement à long terme dont est chargé à la D.G.E.N. (Délégation Générale à l'Equipement National) F. Lehideux. Ce plan reste sans suite. Il constitue une première de la part de l'administration (6) qui influencera fortement le personnel des comités, les patrons dans les comités, le personnel de l'administration économique, comme les groupes d'étude de la Résistance (voir F.KUISEL,1977). Dans ses principes, ce plan decennal d'équipement ressemble moins au plan Monnet qu'à ceux qui suivirent. On n'y insiste pas sur un petit nombre de secteurs de base, les mécanismes d'incitations financières par le biais d'un Fonds d'Equipement spécial rappellent les procédures de financement de l'investissement mises en place après la guerre. Dans un isolement relatif, face aux troubles politiques de Vichy dans les années 1943-1944, la D.G.E.N. s'obstine "à essayer d'institutionnaliser la planification" et formule une version à court terme du plan décennal, la tranche de Démarrage pour la période de l'immédiat après-guerre (RF KUISEL,1977).

Cette tranche de Démarrage est publiée par le gouvernement provisoire du Général De Gaulle en 1944 et remaniée pour servir à l'établissement du Plan d'Equipement de 1946 (programme de court terme rassemblant un ensemble disparate de projets, auquel vient se substituer le plan Monnet en 1947). Dans le même temps, les Comités d'Organisation discrédités pour leur dirigisme et leur collaboration sont supprimés, et transformés en Offices Professionnels sans autre pouvoir que de collecter l'information statistique.

Ainsi considérée l'expérience de planification sous Vichy fait ressortir fortement le principe d'une relative continuité dans la volonté d'institutionnaliser une certaine forme d'intervention de l'état dans l'économie. Cette continuité plonge ses racines principalement dans les années trente. Ce qui a pu se passer sous l'occupation comme lors de la reconstruction avec le plan Monnet reste marqué par des circonstances historiques exceptionnelles mais au-delà, l'idée et la forme du plan trouvent leur spécificité dans des transformations économiques et sociales initiées dans les années trente.

(6) Ce plan est plus complet que le programme d'outillage du gouvernement Tardieu, 1930.

V - CADRES, TECHNOCRATIE ET PLANIFICATION

Lier planification et forte croissance économique des années cinquante et soixante à l'émergence d'une nouvelle génération soucieuse de promouvoir rationalisation de l'économie et croissance économique est un trait commun aux analyses (citées § I) de l'expérience française. Mais cette thèse à n'être pas explicitée perd de sa force (C.P. KINDLEBERGER, 1963). Tout au plus est-elle assimilée au remplacement d'une élite par une autre. Ce n'est qu'en montrant les liens entre ce changement d'élite et une transformation sociale de plus grande ampleur que l'on peut donner quelques épaisseur et spécificité à ce type d'explication.

Il est vrai que l'on part d'un petit groupe. Il est intéressant d'apprécier le nombre et la position des personnes directement impliquées ou en rapport avec le processus de planification.

On a déjà évoqué à plusieurs reprises la façon dont le dialogue s'est établi entre principalement les planificateurs, quelques services d'administration économique et les patrons des grandes entreprises du public et du privé. S'y ajoutent des syndicalistes des universitaires et des chercheurs.

Le nombre de "planificateurs" dans l'administration et ses entours immédiats avoisine 200 et l'on estime à 1000 ou 1500 personnes selon les plans la participation directe des entreprises ou organisations professionnelles à la préparation du plan.

Par la presse et les organisations professionnelles toutefois de très nombreuses entreprises se trouvent informées des perspectives tracées par le plan. Une enquête réalisée en 1967, citée par CARRE J., DUBOIS P., MALINVAUD E. (1972 P.577) permet de suivre la diffusion de cette information et son utilité pour des entreprises de tailles diverses. On constate sans étonnement que l'influence des prévisions du plan grandit avec la taille de l'entreprise (Cf tableau III). Toutefois plus d'un tiers des entreprises de moins de 100 salariés déclarent avoir été influencées dans leur choix de production ou d'investissement par les perspectives du plan. Ceci traduit un niveau de diffusion assez remarquable.

La compétence technique qui s'est affirmée dans la préparation du plan avec le développement du cadre de comptabilité nationale, l'enrichissement des données statistiques et la mise au point de modèles macro-économiques expliquent pour partie cette diffusion (cf. J. BENARD (1973)).

TABLEAU III						
INFLUENCE DES PRÉVISIONS DU PLAN SUR LES ENTREPRISES INDUSTRIELLES						
Influence des prévisions du Plan (en % des réponses)	Nombre de salariés employés par l'entreprise					En- semble
	10 à 99	100 à 499	500 à 999	1 000 à 4 999	5 000 et plus	
sur les décisions d'investis- sissement						
— sensible	8	11	20	29	51	24
— légère	28	36	38	40	42	37
— nulle	64	53	42	31	7	39
sur les décisions de production						
— sensible	9	11	16	28	35	20
— légère	25	35	36	41	47	37
— nulle	66	54	48	31	18	43

Source : CARRE J., DUBOIS P., MALINVAUD E. (1972, p.581).

Mais de façon plus fondamentale la facilité relative à établir un langage commun se fonde sur l'adhésion commune à un certain rationalisme scientifique. Planificateurs, cadres, dirigeants du secteur privé ou du secteur public, partagent une même éthique "professionnelle" associant organisation et croissance économique. Il ne s'agit pas de choix politiques personnels. Les personnes concernées se situent elles-mêmes de façon variée sur le plan politique. Leur "credo" découle plus directement d'une transformation de la fonction d'encadrement. A des niveaux divers, ces personnes ont à organiser (encadrer) le travail d'autres personnes. La transformation de cette fonction tient dans l'autonomie de décision que confèrent l'émergence dans les années trente et le développement après-guerre de critères de décision fondés sur rationalisation et croissance. Il s'agit moins d'une diffusion accrue des principes professionnels de l'ingénieur que d'une extension et d'une intégration de tels principes dans une conception globale de la société. C'est en cela que l'on peut parler suivant L. BOLTANSKY (1982) de "nouvelle idéologie industrielle".

On reviendra sur la genèse d'une telle évolution où dans la pratique la référence américaine joue un grand rôle. La légitimisation de ces critères a pour premier objet de normer les fonctions de direction limitant ainsi de facto l'arbitraire du patron de droit divin... ou de l'interventionnisme étatique.

D'une certaine façon, l'adoption généralisée de ces critères permet une démultiplication des fonctions de cadre.

./.

Cette "division des tâches d'encadrement" a pour effet d'accroître l'efficacité de toute politique répondant aux critères de rationalisation et de croissance. Elle a aussi pour effet de freiner toute politique qui ne s'exprimerait pas en ces termes. Avec l'émergence de la fonction de cadre se précise une tendance à "technocratiser" le débat économique et social (7). Cette réduction est source de tensions sociales.

C'est ainsi que parallèlement au processus de planification la question d'une démocratisation du plan s'est toujours posée.

Au début des années soixante, ce débat acquiert une acuité particulière alors même que le IV^e plan entend aborder le domaine du social... essentiellement en privilégiant la construction d'équipements collectifs. Les syndicats participent tous et de façon offensive à la préparation du IV^e plan. Un contre-plan est élaboré (ENSEMBLE J., 1965). Des clubs comme le Club Jean Moulin militent pour la définition d'une planification démocratique. Il est intéressant que ces préoccupations redoublent au moment même où les conditions de l'efficacité initiale de la planification s'estompent. Ces volontés n'aboutiront pas.

L'organisation des bases statistiques, des cadres comptables, la sophistication accrue des modèles élargiront le champ des questions (cf. R. BOYER (1976) mais ne réussiront pas à relancer la mobilisation autour du plan.

D'une part les problèmes d'organisation de l'économie se posent en des termes nouveaux avec l'ouverture des frontières. D'autre part, le débat technocratique autour du plan s'avère peu à même de traiter des problèmes sociaux.

En fait, la synthèse idéologique dont le processus de planification est un élément clé atteint son plein développement au cours des années cinquante. La fascination qu'exerce alors l'économie américaine sur les dirigeants du secteur public comme du secteur privé est symptomatique de cet achèvement. De façon très explicite ce qui séduit c'est non seulement les niveaux de productivité élevés des industries américaines mais le type de relations sociales que celles-ci ont su développer de façon parallèle. Aussi les missions de productivité qu'organisent aux Etats-Unis dans les années 1950 l'A.F.A.P. (Association Française pour l'Amélioration de la Productivité) (4000 personnes participent à des missions aux

(7) Le caractère péjoratif qu'a acquis le terme de technocrate est symptomatique d'une relative perception dans le corps social de la normalisation de la fonction d'encadrement.

USA entre 1950 et 1953) s'intéressent-elles à toute la rationalisation du social que représentent les développements de la littérature américaine sur le management (voir par exemple C. KERR, J.T. DUNLOP, F. HARBISON, C. MYERS (1960)). C'est en cela que la nouvelle idéologie industrielle constitue un dépassement de l'idéologie rationalisante de l'ingénieur Taylorien dont les années trente montrèrent les limites.

La première guerre mondiale a contribué à une large diffusion des méthodes d'organisation du travail. Cette volonté de rationalisation, qu'illustrent en France les travaux de Henri FAYOL, porte au plus haut le prestige des ingénieurs dans l'après première guerre mondiale. Leur nombre passe ainsi de 55 000 en 1920 à 83 000 en 1930. Mais la crise de 1929, la stagnation et le chômage des années trente viennent montrer que la rationalisation de quelques grands centres de production est insuffisante.

Les mouvements de grève de 1936 lors du gouvernement du Front Populaire, apportent à cet égard deux signes importants. D'abord, nombre d'ouvriers incriminent les méthodes modernes d'organisation du travail. Ainsi les gains de productivité que procure une taylorisation des tâches paraissent-ils difficiles à dégager dans une période de stagnation et de chômage. En second lieu, les mouvements sociaux de 1936 provoquent un début de syndicalisation chez les ingénieurs. Cette profession bien que déjà touchée par le chômage (le sort de 50 000 ingénieurs et techniciens sans emploi en 1935 est une préoccupation majeure de l'opinion, souligne le journal Le Temps (I. KOLBOOM, 1982, p.73)) reste jusqu'en Mai et Juin 1936 celle des collaborateurs percevant des émoluments dont les amicales regroupent sur la base de formations communes, patrons et employés.

En un an ce paysage se modifie rapidement. De Mai 1936 à Mai 1937 la Fédération CGT des techniciens passe de 1200 à 30000 membres, celle de la CFTC de 35000 à 80000 membres, tandis qu'apparaît la CGCEF (la Confédération Générale des Cadres de l'Economie Française). Inquiet d'une transformation qui rapproche ses collaborateurs du syndicalisme ouvrier, le patronat appuie rapidement le développement de ce syndicalisme cadre CGCEF officialisant un rôle d'intermédiaire entre la direction et les ouvriers (I. KOLBOOM, 1982). C'est ainsi que se constitue à cette période la notion de cadre pour rassembler l'ensemble des personnes ayant reçu par délégation des responsabilités dans l'entreprise. L'état n'enregistre cette nouvelle catégorie qu'en 1941 dans la Charte du travail promulguée par Vichy.

Trois facteurs marquent les origines de cette catégorie cadre. En premier lieu la conscience nouvelle d'appartenir à un monde de salariés dont les accords Matignon viennent de préciser les avantages comme la nécessité de s'organiser dans le cadre des conventions collectives. En second lieu une relative désillusion face à des mécanismes de marché n'ayant pu arracher l'économie à la stagnation et au chômage (toute catégorie) des années trente, empêchant la rationalisation du travail de porter les fruits attendus. En troisième lieu enfin le maintien d'une nette distinction entre mouvements des cadres et ceux des autres personnels de l'entreprise, distinction qui s'oppose aux thèses marxistes rassemblant tous les salariés dans la lutte contre les détenteurs du capital.

On trouve là une étroite parenté avec les motivations à la base de mouvements comme X-Crise ou le planisme, qui influencent fortement l'intelligentsia technicienne de l'époque. X-Crise, groupe né au début des années trente des déceptions de jeunes ingénieurs, centre ses réflexions dans la tradition saint-simonienne sur l'organisation du développement industriel (X-Crise, 1982). Le planisme se développe à la même époque à partir des travaux de H. DE MAN visant à substituer à la stratégie marxiste de collectivisation de l'ensemble de l'économie une stratégie d'économie mixte où un plan central coordonne les activités privées. Cette solution réformiste correspond à une tendance minoritaire du parti socialiste en plein accord avec la stratégie de planification proposée par la C.G.T. réformiste de L. JOUHAUX de l'époque. Certains tenants de ce courant planiste seront plus tard tentés par le fascisme (DEAT, DORIOT), d'autres inspireront une critique de gauche des plans d'après-guerre (G. BORIS, P. MENDES-FRANCE) (cf. R.F. KUISEL 1981 p.199).

L'itinéraire de ceux qui mettront en oeuvre par la suite la planification d'après-guerre en France renvoie à cette double désillusion vis-à-vis de l'économie de marchés, et vis-à-vis de la stratégie collectiviste (voir C. GRUSON (1968) et E. CHADEAU (1982)).

Dans ce contexte des années trente, l'expérience du New Deal de Roosevelt a suscité un intérêt particulier (G. BORIS, 1934). Notons que l'influence de Keynes ne sera perceptible qu'après la 2ème guerre mondiale (F. FOURQUET, 1980). Mais ce n'est pas cet intérêt pour l'expérience Roosevelt qui explique pleinement l'engouement pour les méthodes américaines dans les années cinquante.

D'un côté, le chômage des années trente, les luttes sociales du Front Populaire et les nécessités de la reconstruction jouent en faveur d'une intervention accrue de l'Etat dans l'économie. A partir de 1936 le parti communiste apporte son soutien aux politiques de nationalisation et l'influence du mouvement planiste s'étend chez les socialistes. En 1946, l'engagement de la gauche en faveur du plan Monnet est militant. D'un autre côté, les expériences totalitaires en Allemagne, en Italie et en URSS, contribuent après la seconde guerre mondiale et la période de guerre froide, à déconsidérer toute politique menée autoritairement au nom d'intérêts collectifs. Le regard des cadres vers les Etats-Unis s'explique alors par l'attraction qu'exerce la synthèse d'une rationalisation de la production et d'une idéologie de la croissance qui reste très orientée vers l'épanouissement individuel.

On retrouve là une des composantes, le personnalisme, qui marque l'émergence du groupe social des cadres en France en l'associant au combat des classes moyennes. L. BOLTANSKY (1982) montre comment dans les années trente un courant catholique réformiste cherche à regrouper les classes moyennes, mélangeant couches salariées et non salariées, encore particulièrement nombreuses en France, sur la base d'une mystique personnaliste s'opposant à la mystique marxiste ouvrière. Cette tentative échoue partiellement à terme, les "classes moyennes" ne forment pas une base politique solide de l'après-guerre, et la distinction va s'affirmant entre cadres salariés et catégories non salariées (professions libérales, commerçants, agriculteurs, industriels).

Mais cette conjonction initiale permet aux cadres de se constituer comme groupe social de façon plus marquée que dans les autres pays. Y contribuent aussi les avantages salariaux qu'ils obtiennent par rapport aux autres catégories de salariés (la hiérarchie des rémunérations s'accroît dans les années cinquante), ce qui joint à un système fiscal "avantageux" permet la constitution de patrimoines rejoignant la pratique traditionnelle des couches non salariées.

Ainsi l'évolution qui tend à conférer au personnel d'encadrement un statut social nouveau se fonde-t-elle sur des aspirations diverses, aux aspects parfois contradictoires : volonté d'organiser, de développer, mais aussi volonté de promouvoir un système méritocratique et de favoriser l'expression d'initiatives individuelles.

Cette transformation constitue le contexte immédiat de l'expérience de planification des années cinquante. Les personnes impliquées dans le processus de planification comme dans la gestion du secteur public sont des agents importants de cette mutation, ne serait-ce qu'en définissant les politiques salariales ou plus fondamentalement, en contribuant à renforcer le lien entre formation initiale et catégorie d'emploi.

A bien des égards, l'ère de l'organisation des années 1945-1965 est aussi celle des organisateurs.

VI - UNE EXPERIENCE RENOUVELABLE ?

Est-il possible dans la France des années 80 de dégager une forme nouvelle d'économie concertée ? Cette question reste sous-jacente à l'analyse de l'expérience d'après-guerre. Etendre en la transformant l'intervention de l'état dans l'économie peut constituer une politique de sortie de crise. A l'évidence elle met en jeu maintenant des conditions de production et d'échange fort différentes de celles prévalant dans les années 50.

Toutefois l'expérience d'après-guerre comporte des enseignements primordiaux sur les possibilités de mobiliser des énergies en faveur d'un projet de développement.

Toute interrogation sur l'expérience de planification en France renvoie à une analyse des bases de la croissance française de l'après-guerre. CARRE J., DUBOIS P., MALINVAUD E. (1972) ont montré que la croissance française ne résultait pas simplement de la seule croissance du capital fixe productif ou de la main d'oeuvre en nombre et qualité. Ceci implique une efficacité accrue des moyens engagés, efficacité que l'on tend à associer à la volonté de croissance et d'organisation dont le plan est un signe majeur.

Les analyses anglo-saxonnes du redressement français dans les années 60 étaient donc fondées d'insister principalement sur ces aspects de mobilisation des énergies humaines. On a distingué trois types d'approches parmi ces dernières. L'une insiste sur la tradition étatique qui permet à la France dans des situations critiques comme celle de l'après-guerre de réagir de façon organisée. C'est la thèse centrale de A. SHONFIELD (1965). Une autre, que retient plus particulièrement S. HOFFMAN (1967) se concentre sur la mutation politique qui s'opère de l'avant à l'après-guerre. Une synthèse républicaine, vieille d'un demi-siècle, marquée par son immobilisme s'est rompue à travers la crise et la défaite. L'après-guerre consacre la légitimité d'une nouvelle élite.

Une troisième approche enfin, souvent à peine esquissée, que fait sienne toutefois C.P. KINDLEBERGER (1967), cherche dans l'évolution du patronat et des responsables de l'activité économique, dès les années trente, le creuset de la transformation conduisant au redressement de l'économie française d'après-guerre.

Il est patent que ces explications représentent toutes diverses facettes d'une même réalité. Elles se placent toutefois dans des perspectives historiques différentes : la première renvoie à une caractéristique séculaire, la seconde introduit une nette rupture entre l'avant et l'après-guerre, la troisième enfin s'attache à des transformations dans l'organisation de la production initiées dans l'entre-deux-guerres.

En montrant les limites des deux premières approches et en donnant un contenu plus précis à la troisième, on a cherché ici à souligner l'importance de cette dernière.

La tradition étatique peut en effet aussi bien être invoquée comme un frein que comme un élément moteur du développement. La perspective séculaire qu'elle retient n'explique pas l'alternance de dynamisme et d'apathie. De même accorder trop d'importance à la rupture entre l'avant et l'après-guerre néglige toute la période de mutation des années 20 et 30 comme la période de guerre. Or c'est dans la continuité de ces expériences d'organisation sociale que s'explique la forme particulière qu'elles acquièrent de 1945 à 1965.

Par contre préciser la troisième approche requiert l'analyse sur toute la période 1930-1960 de la transformation des rôles d'encadrement dans l'organisation sociale du travail. C'est là une perspective historique voisine de celle retenue par R.F. KUISEL (1981) mais là où l'auteur insiste sur la prise de conscience générale d'un état de sous-développement économique et sur les réactions salutaires qu'elle provoque on préfère souligner le rôle joué par un groupe social en formation, les cadres. L'émergence de ce groupe n'est pas seulement le résultat d'une prise de conscience suite à la crise et à la défaite par des personnes assurant des responsabilités à des niveaux divers de l'activité économique. Elle renvoie à des expériences plus précises qui expliquent en partie la spécificité du cas français à l'époque.

Plusieurs facteurs se conjuguent pour qu'entre les années 1930 et 1960 les cadres se constituent en catégorie sociale distincte. Au tournant des années 30 la France cumule l'expérience d'une taylorisation relativement rapide du travail industriel (mouvement de renouveau industriel qui rehausse le prestige de l'ingénieur) d'un syndicalisme ouvrier "planiste" avant la lettre à l'opposé d'un idéal communiste révolutionnaire, dans un pays de tradition catholique où les couches non salariées représentent encore près de la moitié de la population active. La crise économique fait apparaître la nécessité de dépasser une organisation tayloriste au niveau de l'entreprise qui ne garantit pas

./.

croissance globale et plein-emploi, tandis que l'exemple des expériences totalitaires pousse à la recherche d'une troisième voie s'appuyant sur les classes moyennes. Cet objectif ambigu (ni Ford ni Lénine est aussi une des sources des expériences totalitaires allemande et italienne) facilite la constitution du groupe des cadres comme groupe intermédiaire. Leur statut de salariés, leur fonction comme leur expérience d'organisation du travail, dans les années 20 et 30, contribue à produire au sein de ce groupe pivot cette synthèse entre rationalisation et volonté de croissance, base de cette "nouvelle idéologie industrielle" qui anime le "miracle" français des années 50 et 60. En d'autres termes la constitution du groupe des cadres apparaît comme une condition pour que dans une économie développée, où néanmoins secteur primaire et secteur tertiaire traditionnel conservent une relative importance, l'industrie puisse asseoir son rôle moteur en passant d'une taylorisation du travail industriel à un mode fordiste de croissance de l'économie. Les années trente ont clairement montré que rationalisation des tâches industrielles n'entraînait pas nécessairement croissance de l'économie, si n'étaient pas créées les conditions d'un développement de la demande globale. Le "fordisme" caractérise une association entre rationalisation des tâches productives et soutien de la demande globale par extension des formes directes et indirectes du salaire. L'émergence des cadres joue ainsi un rôle clé dans l'affirmation et la spécificité de ce nouveau rapport salarial.

Cette mutation, dont nous avons suivi à travers le mouvement de planification un des facteurs, s'opère sur une trentaine d'années, soit une période relativement longue de transition entre deux modes d'organisation sociale du travail (cf. R. BOYER, 1983).

Dans cette perspective l'expérience de planification française ressort comme très liée à une phase de l'essor industriel d'un pays ayant les caractéristiques sociales et sectorielles de la France de l'époque. Les conditions d'une mobilisation sur un projet de sortie de crise sont donc dans les années 80 assurément nouvelles.

L'internationalisation accélérée de l'économie à partir des années 60 réduit considérablement le champ d'action d'une concertation strictement nationale. La recherche de compétitivité est, comme projet de sortie de crise, biaisée par des différences de coûts salariaux.

Le secteur nationalisé élargi en 1982 peut être investi d'une tâche nouvelle et devenir le centre d'élaboration d'une politique industrielle. Toutefois, le projet industriel qui servirait de point d'appui à une mobilisation du secteur nationalisé opérant un renversement de tendance après le mouvement constant vers une plus grande autonomie, reste indéterminé. Le modèle américain a disparu sans que s'y substitue de façon principale un modèle japonais, allemand, suédois ou autrichien. Le groupe des cadres dont la formation fut un des vecteurs essentiels de la planification française pâtit de la crise. Elle diminue leurs avantages salariaux et sociaux et accroît leur charge fiscale tandis que dix ans de stagnation et de chômage affaiblissent l'"idéologie industrielle" associant croissance et emploi dont ils étaient porteurs. Tout renouvellement de la planification française doit donc à la fois trouver les termes d'une articulation à l'économie mondiale et le vecteur d'une base sociale nouvelle. L'histoire encore contemporaine du plan nous rappelle l'importance de cette dernière condition.

B I B L I O G R A P H I E

- AMOYAL J. (1974)
Les origines socialistes et syndicalistes de la planification
En France.
Le Mouvement Social, Avril-Juin - P.137-169.
- BAUCHET P. (1962)
La Planification Française, Quinze ans d'expérience (Seuil)
- BAUCHET P. (1969)
The coherence of Public Enterprises :
Planning vs Market Forces
in J. Margolis and H.Guitton eds
Public Economics (London Mac Millan)
- BAUM W.C. (1958)
French Economy and the State
Princeton
- BENARD J. (1973)
Modèles de comptabilité nationale
P.U.F.
- BOLTANSKY Luc (1982)
Les cadres
La formation d'un groupe social
Les Editions de Minuit.
- BONNAUD J.J. (1970)
Les instruments d'exécution du plan utilisés par l'Etat
à l'égard des entreprises.
Revue Economique - Volume 21 - P. 554-96.
- BONNAUD J.J. (1976)
Planning and Industry in France
in J.Hayward and M.Watson (eds)
Planning Politics and Public Policy
Cambridge University Press
Cité par Estrin-Holmès P.170
- BORIS G. (1934)
La révolution Roosevelt
Paris - Gallimard

- BOYER R. (1976)
Le croissance française de l'après-guerre et les
modèles macro-économiques.
Revue Economique - Volume 27 n° 5 - Septembre -
- CARRE J.J. DUBOIS P. MALIVAUD E. (1972)
La croissance Française
Editions du Seuil
- CHADEAU E. (1979)
Les Inspecteurs des Finances et les Entreprises
(1869-1968)
in M.Lévy-Leboyer Edit.1979
- CHADEAU E. (1982)
Les modernisateurs de la France et l'économie du 20ème siècle
Bulletin de l'Institut d'Histoire du Temps Présent
Trimestriel n° 9 Septembre
- DELORME R. ANDRE C. (1983)
L'Etat et l'Economie
Seuil
- DELORS J. (1978)
The decline of French Planning in
Stuart HOLLAND (Edit) (1978)
- EHRMANN (1957)
Organised Business in France
Princeton University Press
- ESTRIN Saul HOLMES Peter (1983)
French Planning in Theory and Practice
Allen et Unwin
- FOURQUET F. (1980)
Les comptes de la puissance
Histoire de la comptabilité nationale et du plan
Encres
Editions Recherches Paris
- GREFFE Xavier (1983)
Les Entreprises publiques dans la politique
de l'Etat
Revue Economique - Mai -
- GREVET P. (1982)
Sur le devenir de la planification en France
ISSUES n° 13 - Juillet

- GRUSON C. (1968)
Origine et espoirs de la planification française
Dunod
- HACKETT J. et HACKETT A.M. (1963)
Economic Planning in France
Allen et Unwin
- HOFFMAN S. et Alii (1963)
A la recherche de la France
Seuil - Paris -
- HOLLAND Stuart (1978)
Beyond Capitalist Planning
Oxford - Basil Blackwell
- I.N.S.E.E. (1958)
Mouvement Economique en France de 1944 à 1957
P.U.F.
- KERR C., DUNLOP J.T., HARBISON F., MYERS C.A. (1960)
Industrialism and industrial man
Harvard University Press
- KINDLEBERGER C.P. (1963)
La Renaissance de l'économie française
après la guerre
in Stanley Hoffam ed. 1963
- KINDLEBERGER C.P. (1964)
Economic Growth in France and Britain 1851-1950
Harvard UP
- KOLBOOM I. (1982)
Patronat et cadres : la contribution patronale à la formation
du groupe des cadres (1936-1938)
Le Mouvement Social - Oct.-Décembre n° 121
- KUISEL R.F. (1977)
Vichy et les origines de la planification
économique - 1940-1946-
Le Mouvement Social n° 98 Janvier-Mars P.77-101.
- LALUMIERE P. (1959)
L'inspection des Finances
Paris P.U.F.

- LEFRANC G. (1966)
"Le courant planiste dans le mouvement ouvrier
Français de 1933 à 1936"
Le Mouvement Social - Janvier-Mars 1966 P.69.90
- MAC LENNAN (1963)
French Planning : Some lessons for Britain
London PEP
- LEVY-LEBOYER M. (1974)
Le patronat français a-t-il été malthusien ?
Le Mouvement Social n° 88
Juillet-Septembre
- LEVY-LEBOYER Maurice (1979) (éditeur)
Le patronat de la seconde industrialisation
Cahier du "Mouvement Social" n° 4
Les Editions Ouvrières
- MASSE P. (1961)
Economic Planning in France
P.E.P. London 1961
- MASSE P. (1962)
"French Methods of Planning"
Journal of Industrial Economics
Vol XI n° 1
- MASSE P. (1962)
Histoire, Méthode et Doctrine de la
planification française
31cm. Notes et études documentaires
Suppl. 1962
- MASSE P. (1965)
Le plan ou l'anti-hasard
N.R.F. Collection Idées
- MILLERON J.C. GUESNERIE R. et CREMIEUX M. (1979)
Calcul Economique et Décisions Publiques
C.G.P. Documentation Française

MONNET Jean (1976)
Mémoires
Fayard

P.E.P. (1961)
"Economic Planning in France"
Planning - 14 Août -

SHEAHAN J. (1963)
Promotion and Control of Industry
in Post War France
Harvard University Press

SHONFIELD A. (1965)
Modern Capitalism
London Oxford University Press

STOFFAES C. (1983)
Objectifs économiques et critères de gestion
du secteur public industriel
Revue Economique Mai
Vol. 34 n° 3

THE ECONOMIST (1961)
Planning like the French
28 Octobre

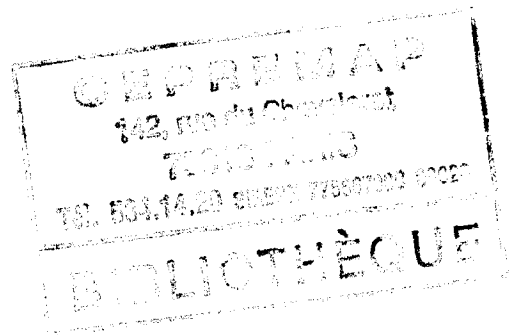
THEPOT A. (1979)
Les Ingénieurs du Corps des Mines,
1^{er} Patronat et la Seconde Industrialisation
in M.Lévy Leboyer edit.1979

ULLMO Y. (1974)
La Planification en France
Dallo

VESSILLIER E. (1977)
L'Economie Publique
Masson Paris

WICKHAM S. (1963)
"French Planning : Retrospect and Prospect"
Review of Economics and Statistics
Vol. 45 P.P. 335.47

X-CRISE (1982)
Les crises économiques et leur récurrence
Paris - Economica



PERIODIC AND APERIODIC BEHAVIOUR IN
DISCRETE ONEDIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEMS

Jean-Michel GRANDMONT

N° 8317

September 1983

PERIODIC AND APERIODIC BEHAVIOUR IN
DISCRETE ONEDIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEMS

Jean-Michel GRANDMONT *

The theory of onedimensional nonlinear difference equations underwent considerable progress in recent years, as the result of the efforts of theorists from several fields — in particular from physics — to get a better understanding, by making use of the notion of the "Hopf's bifurcation", of the appearance of cycles and of the transition to aperiodic or "chaotic" behaviour in physical, biological or ecological systems. These new developments seem to be potentially very useful for the study of periodic and aperiodic phenomena in economics. Parts of this theory have been indeed already used in economic or game theory by Benhabib and Day (1981, 1982), Dana and Malgrange (1981), Day (1982, 1983), Grandmont (1983), Jensen and Urban (1982), Rand (1978).

The aim of this paper is to present some of these new developments in a compact form which will be, it is hoped, useable by economic

*-----
CEPREMAP. This paper has been prepared for the IMSSS Summer Workshop at Stanford University, July-August 1983. The financial support of the National Science Foundation, of the French Commissariat General du Plan and the University of Lausanne is gratefully acknowledged. I wish to thank very much Rose-Anne Dana and Pierre Malgrange who introduced me to the mathematics of the subject. I had also very useful conversations with Philippe Aghion, Pierre Collet, John Genakopoulos and Dominique Levy.

theorists. The emphasis will be on the mathematical results of the theory, rather than on its possible applications¹.

Our basic reference will be Collet and Eckmann's book (1980) — thereafter denoted "CE". In order to simplify the presentation, we shall use in a few places stronger assumptions than in CE's book, which means that the reader interested in the more general (but more complicated) case and who wishes to look for complements will have to go back to their book. The definitions and the statements of the results will be self-contained. However, in the proofs of a few facts, we shall use freely the concepts introduced by CE, but we shall indicate where to find the appropriate definitions in that book².

ONEDIMENSIONAL NONLINEAR DIFFERENCE EQUATIONS

We are concerned thereafter with the difference equation $x_{t+1} = f(x_t)$, in which f is a function that maps the interval $[a, b]$ into itself. The object of the theory is the study of the existence (and the stability) of periodic solutions of this difference equation. To this effect, one defines recursively the *iterates* of f by $f^0(x) = x$ for all x (f^0 is the identity map), $f^1 = f$ and $f^i = f \circ f^{i-1}$. The *orbit* of x is then the set $\{x, f(x), f^2(x), \dots\}$,

¹ For applications to economics, see the references cited above. For an excellent review of the applications in other fields, see May (1976).

² Another, more recent review which presents essentially the same facts but from a slightly different point of view is provided by J. Guckenheimer and P. Holmes (1983).

which is composed of all iterates of x . The orbit is periodic if the cardinality of this set, say k , is finite, and its period is given by k . Equivalently, a *periodic orbit* or a *cycle* of f with (primitive) period k is defined by $(x_1, \dots, x_k)$ such that 1) $f^k(x_1) = x_1$ and 2) $f^{i-1}(x_1) = x_i \neq x_1$ for $i = 2, \dots, k$. This implies that all points x_i of the cycle are fixed points of f^k and that they all differ (one says then that x_i is a *periodic point* of f with period k).

Of course, if f is arbitrary, there is little hope to get interesting results. The simplifying feature of the theory is to assume that f is unimodal. More precisely, we say that f is *unimodal* if

- 1) f is continuous
- 2) there exists x^* in (a, b) such that f is increasing on $[a, x^*]$ — i.e. $f(x) > f(x')$ for all x, x' in $[a, x^*]$ such that $x > x'$ — and decreasing on $[x^*, b]$
- 3) $f(x^*) = b$

We shall say that f is C^1 -*unimodal* if in addition

- 4) f is once continuously differentiable and $f'(x) \neq 0$ when $x \neq x^*$.

Note that when f is unimodal, then f has a unique fixed point $\bar{x}$ in the interval (x^*, b) . Moreover, since f is decreasing on $[x^*, b]$ one has $f(b) < \bar{x} < b$ (see Fig. 1.a). Finally, remark that the assumption that f is defined on a closed interval is not as restrictive as it may appear at first sight, since one may often go back to that case. For instance, if f maps the interval $[a, +\infty)$ into itself and is unimodal with a

unique maximum at $x^* > a$, with $f(x^*) > x^*$, one may restrict attention without any loss of generality to the behaviour of f on the interval $[a, f(x^*)]$ since $f(x)$ belongs to that interval for any $x \geq a$ (see Fig.1.b)¹.

Fig. 1.a

Fig. 1.b

SARKOVSKII'S THEOREM

We remarked earlier that when f is unimodal, it has a unique fixed point $\bar{x}$ in the interval (x^*, b) . This fixed point is thus bound to coexist with any other periodic orbit. It turns out that one may get much more information concerning the coexistence of cycles displaying different periods. This is achieved in the following beautiful result, which is due to Sarkovskii (1964) — see also Stefan (1977).

THEOREM 1 (Sarkovskii). *Consider the ordering of the integers*

$$\begin{aligned} & 3 > 5 > 7 \dots \\ & > 2 \cdot 3 > 2 \cdot 5 > 2 \cdot 7 > \dots \\ & \dots \\ & > 2^n \cdot 3 > 2^n \cdot 5 > 2^n \cdot 7 > \dots \\ & \dots \\ & > \dots > 2^m > \dots > 8 > 4 > 2 > 1 . \end{aligned}$$

That is, first the odd integers greater than or equal to 3 forward, then the powers of 2 times these odd integers, and then the powers of 2 backward. If f is unimodal and has a cycle with period k then it has a cycle of period k' for every $k' < k$ in the sense of the above ordering.

¹ CE require that $a = -1$, $x^* = 0$, $b = 1$. However, none of their arguments depend upon that specification and they are valid for the case at hand. We shall use that fact repeatedly without any further explicit reference.

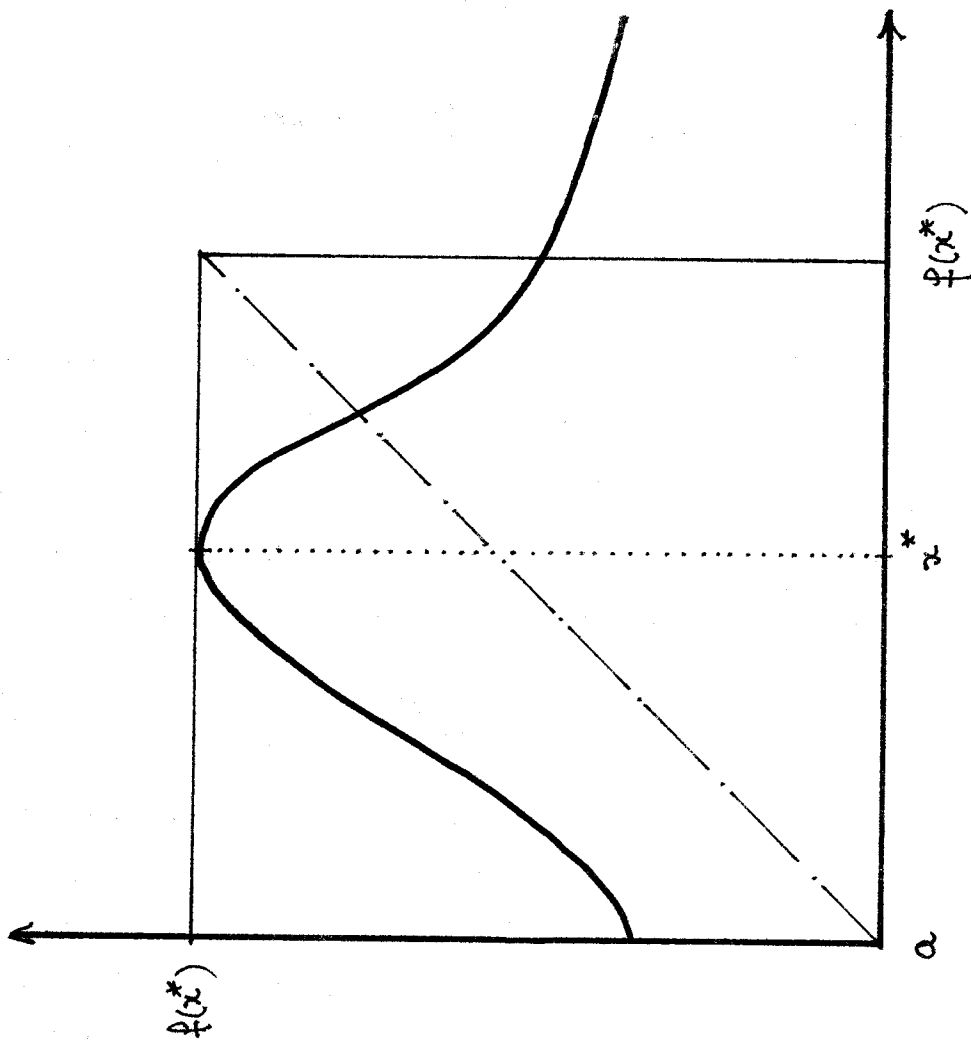


Fig. 1.b

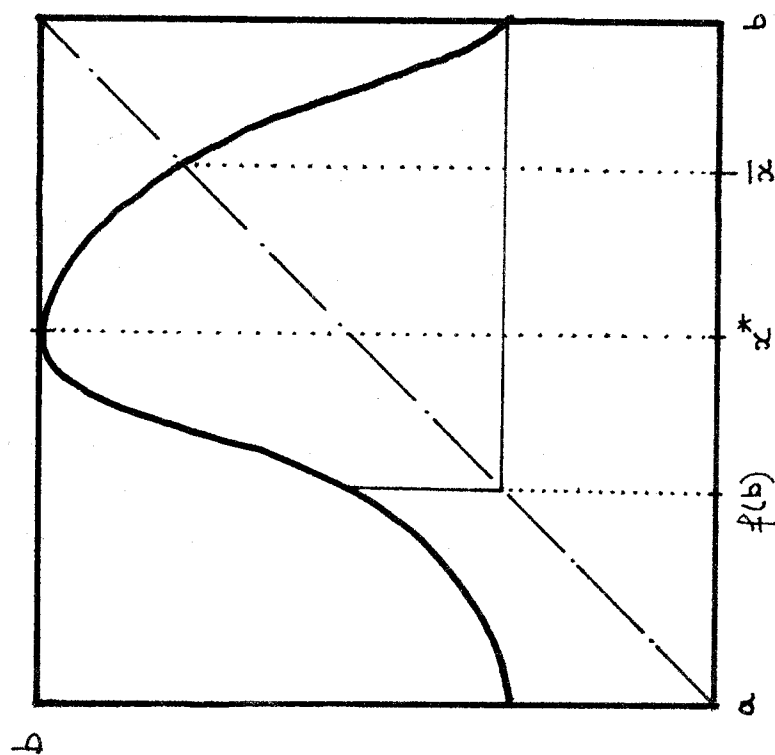


Fig. 1.a

Proof. This is (CE, Theorem II.3.10, p. 91).

Q.E.D.

STABLE CYCLES

The preceding theorem implies that a unimodal map may have a lot of different cycles — think of the case in which f has a cycle of period 3. Some (or all) of them may be unstable, however, and thus essentially irrelevant as far as the dynamic behaviour of the system is concerned. It is therefore important to know how many stable cycles — if any — the map f possesses. It is only recently that a real breakthrough was achieved on this matter by Singer (1978), who discovered that a unimodal map with a negative "Schwarzian derivative" could have at most one stable cycle¹.

Let us first define stability. Given the map f from $[a,b]$ into itself, consider a periodic orbit $(x_1, \dots, x_k)$. Since x_1 is a fixed point of f^k , we may say that this periodic orbit is (locally) stable if there exists an open neighborhood U of x_1 such that for every x in U , $f^{kt}(x)$ stays in U for all $t \geq 1$ and $\lim_{t \rightarrow \infty} f^{kt}(x) = x_1$. When f is continuous, this implies that $f^{kt}(f^{i-1}(x))$ converges to x_i as well for every $i = 2, \dots, k$. If f is continuously differentiable, this means that the derivative of f^k at x_1 has a modulus less than 1, i.e. $|Df^k(x_1)| < 1$. Of course, in order to make any sense, this definition should not depend upon the point

¹ Singer's result is actually more general, since he showed that the number of stable cycles of an arbitrary map with a negative Schwarzian derivative is bounded above by the number of its critical points.

chosen on the periodic orbit. As a matter of fact, we have by the chain rule of differentiation

$$\begin{aligned} Df^k(x_1) &= f'(x_k) Df^{k-1}(x_1) = \dots = f'(x_k) \dots f'(x_1) \\ &= Df^k(x_1) \end{aligned}$$

When f is continuously differentiable, we may therefore say that the cycle $(x_1, \dots, x_k)$ is *stable* if $|Df^k(x_1)| < 1$. The cycle will be said to be *weakly stable* if $|Df^k(x_1)| \leq 1$ (this definition allows for "onesided" stability only)¹. Finally, it will be said to be *superstable* if $Df^k(x_1) = 0$. When f is C^1 -unimodal, this means that the critical point x^* belongs to the periodic orbit.

We define next the notion of a Schwarzian derivative. Assume that f is thrice continuously differentiable. The *Schwarzian derivative* of f at x , denoted $Sf(x)$, is defined by

$$Sf(x) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \left[\frac{f''(x)}{f'(x)} \right]^2$$

whenever $f'(x) \neq 0$. Direct computation shows that $Sf = -2|f'|^{1/2} D^2[|f'|^{-1/2}]$. So the condition that " f has a negative Schwarzian derivative" ($Sf < 0$ at every x such that $f'(x) \neq 0$) means that $|f'|^{-1/2}$ is convex on every interval of monotony of f . It will be satisfied in particular if $|f'|$ (or $\text{Log } |f'|$) is concave on such intervals. But these sufficient conditions are by no means necessary. Finally the reader will note that the concavity of f is neither necessary nor sufficient to guarantee $Sf < 0$.

¹ CE use "stable" to denote what we call "weakly stable".

Consider next the following conditions

S1. f is C^1 -unimodal

S2. f is thrice continuously differentiable

S3. $Sf(x) < 0$ for all x in $[a, b]$, $x \neq x^*$.

Then we have

THEOREM 2. Assume that f satisfies S1, S2, S3, $f(x) > x$ for all x in (a, x^*) , and $f'(a) > 1$ whenever $f(a) = a$. Then

1) The map f has at most one weakly stable periodic orbit. This periodic orbit lies in the interval $[f(b), b]$.

2) If f has a weakly stable periodic orbit, it attracts the critical point x^* , that is, it coincides with the set of accumulation points of the sequence $(f^t(x^*))$.

Proof. We may note incidentally that under S1, S2, S3, one has $f(x) > x$ for all x in (a, x^*) whenever $f'(a) > 1$. This follows from the fact that since $Sf < 0$, f' cannot have a positive local minimum on that interval (see Step 3 of the proof of Theorem II.4.1 in CE, p. 97). Indeed, if there existed x in (a, x^*) such that $f(x) \leq x$, then by the mean value theorem there would be y_1, y_2 , with $a < y_1 \leq x \leq y_2 < x^*$ such that $f'(y_1) \leq 1 < f'(y_2)$ and f' would have a positive local minimum in (a, y_2) , a contradiction.

Remark now that when f is unimodal, $f(x) > x$ for all x in (a, x^*) implies that

(i) f maps the interval $[f(b), b]$ into itself (onto if and only if $f(b) \leq x^*$)

(ii) for every x in $(a, f(b))$, there exists j such that $f^j(x) \in [f(b), b]$.

This follows from elementary considerations that are left to the reader. This shows that all periodic orbits — with the possible exception of an unstable fixed point of f at $x = a$ — must lie in $[f(b), b]$. In particular, any weakly stable cycle belongs to that interval.

Corollary II.4.2 in CE implies therefore that the statements of Theorem 2 are valid provided that f satisfies the additional condition

S4. f maps $[f(b), b]$ onto itself

However, a closer look at CE's proof of this Corollary shows that it is still valid if S4 is replaced by the weaker

S4'. f maps the interval $[f(b), b]$ into itself.

But we have seen that this condition was implied by the assumptions of Theorem 2. The proof is complete. Q.E.D.

We shall note for further reference

- S4".
- (i) $f(x) > x$ for all x in (a, x^*)
 - (ii) $f'(a) > 1$ when $f(a) = a$.

As we have seen, if f is unimodal, then S4" implies S4', while it implies S4 if and only if $f(b) \leq x^*$.

The foregoing result provides an "experimental" way of verifying if a particular map satisfying the conditions of the theorem possesses a weakly stable cycle. It suffices indeed to check if the iterates of the critical point $f^t(x^*)$ converge to some periodic orbit and then to verify that the limit cycle is weakly stable. All these operations can in fact be easily achieved by using modern computers.

Maps that do not possess any weakly stable cycle appear to be good candidates to portray "chaotic" (aperiodic) behaviour in onedimensional dynamical systems. Theorem 2 provides a way to recognize whether or not a particular map is chaotic in this sense. Indeed, if f satisfies S1, S2, S3 and S4", then all cycles of f will be unstable if the iterates of the critical point $f^t(x^*)$ do not converge or if they converge to an unstable periodic orbit. Again these conditions are easy to verify with the help of modern computers. Of course, since iterations must be stopped after a finite time in practice, this experimental way of proceeding will be unable to distinguish between chaotic behaviour and the presence of a weakly stable cycle that has a long period or that is only weakly attracting.

The next statement provides a condition involving the trajectory of the critical point x^* of f only, that ensures the existence of a (unique) weakly stable cycle. To this effect, we introduce some notation. Given a unimodal map f , for every x in $[a,b]$, the *extended itinerary* of x describes how the iterates $f^t(x)$ behave qualitatively, i.e. whether or not they fall on the right or on the left of the critical point x^* . More precisely, this extended itinerary $I_E(x)$ is an infinite sequence of R's, of L's and of C's obeying the following rule. If $[I_E(x)]_j$ denotes the j -th element of $I_E(x)$ for $j = 0, 1, \dots$, then $[I_E(x)]_j = R$ if $f^j(x) > x^*$, $[I_E(x)]_j = C$ if $f^j(x) = x^*$ and $[I_E(x)]_j = L$ if $f^j(x) < x^*$. We shall say that $I_E(x)$ is *periodic* with (primitive) period k if $[I_E(x)]_{j+k} = [I_E(x)]_j$ for all j and if k is the smallest integer having this property.

PROPOSITION 3. Assume that f satisfies S1, S2, S3, S4" and

S5. $f''(x^*) < 0$.

Then f has a (unique) weakly stable cycle P if and only if the extended itinerary of the endpoint b , i.e. $I_E(b)$, is periodic. If the period of $I_E(b)$ is k , the period of P is k or $2k$.

Proof. Assume that $I_E(b)$ has period k . If $f(b) \leq x^*$, then S4 is satisfied, and from the "if" part of (CE, Proposition II.6.2), f has a weakly stable cycle in $[f(b), b]$. If $f(b) > x^*$, then $f(b) \leq f^j(x^*)$ for all $j \geq 1$. But it is then easy to verify that the restriction of f to $(f(b), b)$ has a sink in the sense of (CE, p. 107). Therefore from (CE, Lemma II.5.1), f has a weakly stable periodic orbit in $[f(b), b]$ in that

case too (one can alternatively prove directly that f^2 has a weakly stable fixed point $[f(b), b]$, see the proof of Proposition 4). In all cases the weakly stable cycle is unique from Theorem 2. Finally, the fact that its period is k or $2k$ is an immediate consequence of (CE, Lemma II.3.2).

Assume conversely that f has a (unique) weakly stable cycle P of period k . It must lie in $[f(b), b]$. We wish to apply the "only if" part of (CE, Proposition II.6.2). A close look at their argument shows that their result is valid if S_4 is replaced by S_4' — and thus under S_4'' — but that it is correct only when the rightmost point of P , say x , satisfies $x \geq x^*$ — which is the case under S_1, S_2, S_3, S_4' , if and only if $k \geq 2$ or when the periodic orbit is a fixed point in (x^*, b) . The "only if" part of (CE, Proposition II.6.2) is *not* correct however under their assumptions if P is a weakly stable fixed point x of f such that $x < x^*$ (counterexamples are provided by making symmetric the cases 1-4 of Fig. II.8 in CE, p. 102)¹. The latter circumstance is ruled out however under S_4'' , so the "only if" part of (CE, Proposition II.6.2) is valid under our assumptions. Thus $I_E(b)$ is periodic, and from (CE, Lemma II.3.2), its period is k or $k/2$. Q.E.D.

The concept of (weak) stability that we have used is only *local*. It is thus important to know how large is the basin of attraction of a given weakly stable cycle. The next result states that under the conditions of Proposition 3, if there exists a weakly stable periodic orbit, which is then unique, the set of points that are not attracted to it is "exceptional".

¹ These facts have been confirmed to me privately by Pierre Collet.

PROPOSITION 4. Assume that f satisfies $S1, S2, S3, S4''$ and $S5$, and that it has a weakly stable cycle P . Let E be the set of points x in $[a, b]$ such that $f^t(x)$ does not tend to P . Then E has Lebesgue measure 0.

Proof. If $f(b) \leq x^*$, $S4$ is satisfied. Then from (CE, Proposition II.5.7), the set E_f of points in $[f(b), b]$ that are not attracted to the weakly stable periodic orbit P , has Lebesgue measure 0¹. Let E'_f be the set of points x in $[a, f(b))$ such that $f^t(x) \in E_f$ for some t . Since f is increasing on $[a, x^*)$, the Lebesgue measure of E'_f is also 0. The set of points of $[a, b]$ that are not attracted to P is $E_f \cup E'_f$, to which one must add the endpoint a whenever $f(a) = a$, which shows the result in that case.

The case in which $x^* < f(b)$ is even simpler. The unique weakly stable cycle P belongs to $[f(b), b]$. Moreover, the iterates of any point x of $A = [x^*, b]$ lie in A , and oscillate around the unique fixed point $\bar{x}$ of f that belongs to A (whenever $x \neq \bar{x}$). In particular, $I_E(b) = \mathbb{R}^\infty$ and thus from Proposition 3, the period of P is 1 or 2. It is clear that $Df^2(x^*) = 0$ and $Df^2(x) > 0$ for all x in A , $x \neq x^*$. Furthermore, f^2 has a negative Schwarzian derivative on $(x^*, b]$ and has finitely many fixed points in $[x^*, b]$ — see steps 2 and 4 of the proof of Theorem II.4.1 in CE, pp. 97-98. Consider first the case in which the period of P is 1. Then since $f^2(x^*) = f(b) > x^*$, $f^2(b) < b$ and $Df^2(\bar{x}) \leq 1$, one must have

¹ To be precise, Proposition II.5.7 in CE is correct under assumptions $S1, S2, S3, S4, S5$ provided that $f(b)$ is not a fixed point of f satisfying $f'(f(b)) = 1$ (this fact has also been confirmed to me privately by Pierre Collet). This circumstance is however ruled out by $S4''$. We may therefore apply their Proposition II.5.7 when $f(b) \leq x^*$.

$f^2(x) > x$ for all x in $[x^*, \bar{x})$ and $f^2(x) < x$ for all x in $(\bar{x}, b]$, otherwise there would be another weakly stable periodic orbit (of period 2). Thus $f^{2j}(x)$, and thus $f^j(x)$, converges to $\bar{x}$ as j tends to $+\infty$ for all x in $[x^*, b]$, see Fig. 2.a. The other case in which the period of P is 2 is dealt with similarly. Let x_1 and x_2 be the two points of P . They satisfy $x^* < x_1 < \bar{x} < x_2 < b$. From the uniqueness of the weakly stable cycle, we have $Df^2(\bar{x}) > 1$ and in fact $f^2(x) > x$ for all x in (x^*, x_1) or $(\bar{x}, x_2)$, and $f^2(x) < x$ for every x in $(x_1, \bar{x})$ or (x_2, b) , see Fig. 2.b. Thus $f^{2j}(x)$, and thus $f^j(x)$, converges to P as j tends to $+\infty$ for all x in $[x^*, b]$ except $x = \bar{x}$.

Fig. 2.a

Fig. 2.b

Thus if the period of P is 1, it attracts the whole interval $[a, b]$, except a if $f(a) = a$. If the period of P is 2, it attracts again the whole interval $[a, b]$, with the exception of the preimages of $\bar{x}$, i.e. of all points x of $[a, x^*)$ such that $f^j(x) = \bar{x}$ for some j , and of the endpoint a when $f(a) = a$. In the two cases, the exceptional set is finite or countable, which completes the proof. Q.E.D.

Remark. Proposition 4 shows that some claims according to which "period 3 implies chaos" are not always warranted. For instance, a consequence of the results of Li and Yorke (1975) is that if f is unimodal and if there exists a cycle of period 3, then there is an uncountable set S in $[a, b]$ and an $\varepsilon > 0$ such that for every x and y in S

$$\limsup_{j \rightarrow \infty} |f^j(x) - f^j(y)| \geq \varepsilon$$

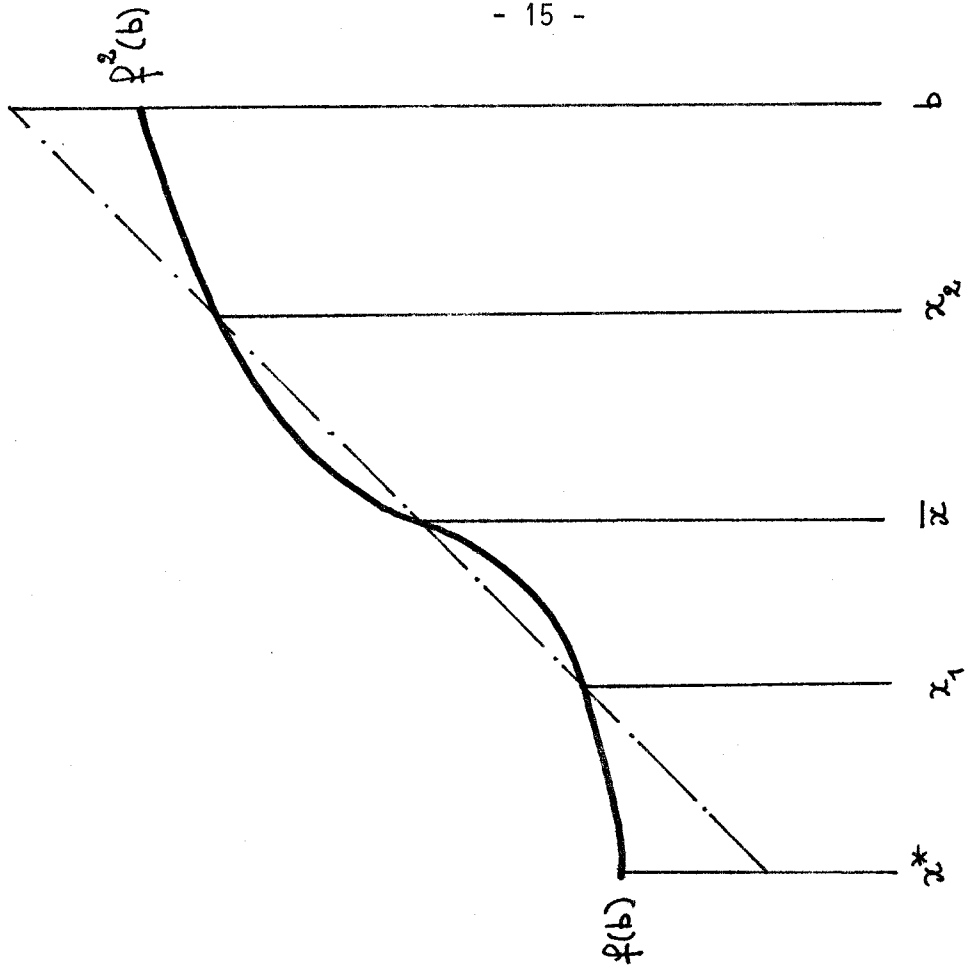


Fig. 2.b

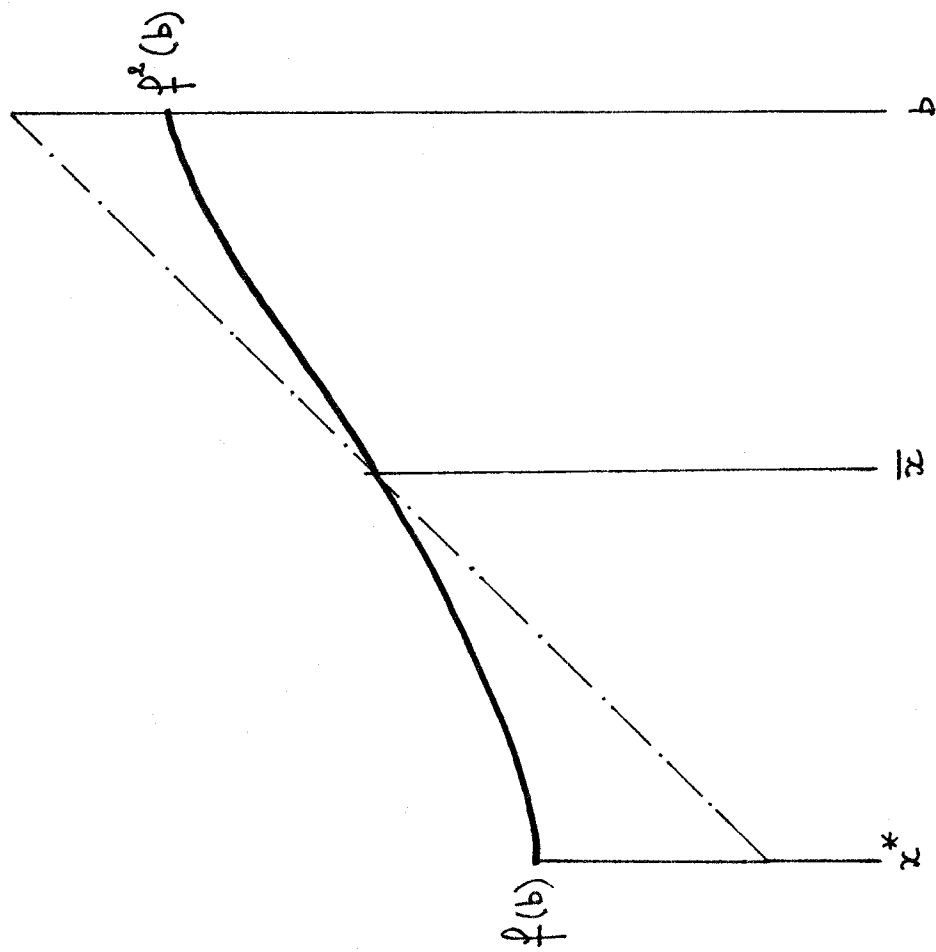


Fig. 2.a

and

$$\liminf_{j \rightarrow \infty} |f^j(x) - f^j(y)| = 0$$

Thus trajectories with initial points in S — which may be called the "chaotic" set — come arbitrarily close and then noticeably separated infinitely often.

Some theorists have used this result (or a variant of it) to claim that the existence of a cycle of period 3 was a indication of chaotic behaviour (see in particular in economics Benhabib and Day (1981, 1982), Day (1982, 1983)). Proposition 4 shows that such a claim is unwarranted, for if there is a stable cycle, then the "chaotic" set S may be of Lebesgue measure 0 (think of a Cantor set) and thus essentially unobservable.

A more appropriate definition of chaos or aperiodicity is as we have seen, the property that all cycles are unstable.

APERIODIC DYNAMICS

As we said, maps f that have no weakly stable cycles appear to be good candidates to describe turbulent or "chaotic" behaviour in one-dimensional dynamical systems. There is an obvious reason to look at such maps from that viewpoint. For if one considers a map f on $[a,b]$ that satisfies assumptions $S1$, $S2$, $S3$, and if it has no weakly stable cycle, then for "most" initial points x the iterates of x , $f^j(x)$, will not display any periodic behaviour even if we wait long enough.

Indeed under these assumptions, we know that f^k has only finitely many fixed points in $[a,b]$ (see steps 2 and 4 of the proof of Theorem II.4.1 in CE, pp. 97-98). Thus f has at most a countable number of cycles¹. This implies that if E is the set of all points in $[a,b]$ that belong to a periodic orbit of f , E has Lebesgue measure 0, and that the orbit of any point x not in E is aperiodic, even if one iterates it long enough.

Among the class of such aperiodic maps, of special interest are those which possess a unique invariant probability measure which is absolutely continuous with respect to the Lebesgue measure, and which is ergodic. The probability measure ν on $[a,b]$ (endowed with its Borel σ -algebra) is said to be *invariant* with respect to f if $\nu(f^{-1}(A)) = \nu(A)$ for any Borel set. It is *absolutely continuous* with respect to the Lebesgue measure λ (absolutely continuous for short) if for any Borel set A , $\lambda(A) = 0$ implies $\nu(A) = 0$ (ν has then a λ -integrable density with respect to λ). Finally, ν is said to be *ergodic* if for any ν -integrable real-valued function g ,

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n g(f^{j-1}(x)) \rightarrow \int g d\nu$$

as n tends to $+\infty$, for ν -almost every x . This implies in particular that if one considers for each x and every n , the empirical distribution $\nu_n(x)$ that is generated by the iterates $f^j(x)$ for $j = 0, \dots, n-1$, which

¹ This property is generic, i.e. it holds on a Baire set (a countable intersection of open and dense sets) in the space of once differentiable maps with the C^1 -topology, if one discards the assumption that f has a negative Schwarzian derivative.

assigns probability $1/n$ to each $f^j(x)$, then the sequence $\nu_n(x)$ converges weakly to ν for ν -almost every x ¹. Thus if ν is absolutely continuous and ergodic, although a given trajectory may look somewhat erratic since the iterates fill up eventually the support of the limit distribution ν , empirical distributions and time averages become ultimately fairly stable for ν -almost every initial point.

The next result give a sufficient condition for the existence of a unique absolutely continuous invariant measure, which is ergodic.

THEOREM 5. *Assume that f satisfies S1, S2, S3, S5, that it has no weakly stable periodic orbit, and that there exists an open neighbourhood V of x^* such that $f^j(x^*) \notin V$ for $j \geq 1$. Then f has a unique absolutely continuous invariant probability measure. It is ergodic.*

Proof. Note first that if all cycles of f are unstable, S1, S2, S3 imply S4", otherwise f would have a weakly stable fixed point in $[a, x^*]$. Second, one must have $f(b) \leq x^*$, so that S4 is satisfied, otherwise f would have a weakly stable cycle in $[x^*, b]$. Thus we may apply (CE, Theorem III.8.3). Q.E.D.

COROLLARY 6. *If f satisfies S1, S2, S3, S4", S5 and if the iterates $f^j(x^*)$ of the critical point converge to an unstable cycle, then f has a unique absolutely continuous invariant probability measure. It is ergodic.*

¹ See, e.g. Parthasarathy(1967, Theorem 9.1). That book contains also the definition of the weak convergence of probability measures.

Proof. In view of Theorem 2, f has no weakly stable cycle and the iterates of x^* stay at a finite distance of x^* . Thus Theorem 5 applies. Q.E.D.

Remark. The foregoing results go in the direction of showing that aperiodic maps (having only unstable cycles) may display strong statistical regularities after all. Another direction of research has been to show that some (but not all) aperiodic maps may generate trajectories that are very sensitive to a small variation of initial conditions, thereby exhibiting the kind of phenomena that are observed e.g. in turbulent flows (maps that have a unique weakly stable periodic orbit as in Theorem 2 do not have such a sensitivity to initial conditions). For an aperiodic and sensitive map, a small error of measurement of the initial state, for instance, may result in very large prediction errors (relatively speaking) for future dates, even if the forecaster knows very well the law of motion of the system (the map f). For various definitions of sensitivity and a discussion of their implications, see (CE, pp. 15-22, 30-35, and Section II.7).

TOPOLOGICAL CONJUGACY

There is nothing intrinsic in the representation of a one-dimensional dynamical system by a particular difference equation $x_{t+1} = f(x_t)$, since one can always make a change of coordinates. We investigate now what happens when one makes a change of variable $y = h(x)$, in which h maps $[a, b]$ onto $[a', b']$, is once continuously differentiable, and $h'(x) > 0$ for all x in $[a, b]$. With the new variable, the dynamical system is represented by a new function g which maps $[a', b']$ into itself and satisfies

$g(y) = h[f(h^{-1}(y))]$. Thus $g = h \circ f \circ h^{-1}$, we say then that f and g are *topological conjugates*¹.

The maps f and g describe the same dynamics since the iterates of f and g are linked by $g^j = h \circ f^j \circ h^{-1}$ for all $j \geq 0$. In particular $(x_1, \dots, x_k)$ is a cycle of f if and only if $(h(x_1), \dots, h(x_k))$ is a cycle of g . By differentiation one gets for all x

$$Dg^k(h(x)) h'(x) = h'(f^k(x)) Df^k(x)$$

and thus $Dg^k(h(x_i)) = Df^k(x_i)$ at any point of the periodic orbit. Stability or unstability of a periodic orbit is topologically invariant.

It is now immediate that $S1$ is topologically invariant, in the sense that f satisfies this condition if and only if g does. The same is true of $S2$ if h is thrice continuously differentiable. Conditions like $f(x) > x$ are also topologically invariant, as well as $S4$, $S4'$ or $S4''$. Finally, it is easily seen that the condition $f''(x^*) < 0$ is unchanged through the change of variable provided one assumes h to be twice continuously differentiable. Differentiating $g(h(x)) \equiv h(f(x))$ twice and evaluating the expressions at $x = x^*$ yields indeed

$$g''(h(x^*)) [h'(x^*)]^2 = f''(x^*) h'(f(x^*))$$

if one takes into account the fact that $g'(h(x^*)) = f'(x^*) = 0$.

¹ The general definition of topological conjugacy requires only that h is an increasing homeomorphism (h is onto, continuous, increasing and h^{-1} is continuous also). The discussion that follows is in fact valid in this general case, we stick nevertheless to the differentiable case to simplify the presentation.

However, the condition S3 — which says in effect that $D^2|f'(x)|^{-1/2}$ is negative for all x in $[a,b]$, $x \neq x^*$ — is not generally invariant (like any convexity statement) through a (nonlinear) change of variable. The point of this discussion is that even when a particular map f does not satisfy S3, the foregoing results, i.e. Theorem 2 through Corollary 6, are still valid provided that one of the topological conjugates g of the original map f satisfies the assumptions made in any of these statements.

BIFURCATIONS : PERIOD DOUBLING AND THE TRANSITION TO TURBULENCE

Numerical experimentation with onedimensional nonlinear dynamical systems yields remarkable regularities that do not appear to depend much upon the maps under consideration. More precisely, consider a family of onedimensional unimodal maps f_λ that depend upon some real number λ , that may be thought as indexing one of the characteristics of the system (the parameter may be for instance under the control of some outside observer in a physical experiment). If we look back at Theorem 1, we should expect that the fashion in which cycles appear when λ is varying, should display some degree of conformity with Sarkovskii's ordering of the integers. Namely, we should expect cycles having a period that is a power of 2 to appear first. Numerical experimentation shows that this is indeed the case. In fact, *this is true for (weakly) stable cycles.*

Let us assume that for each λ , we iterate the critical point x_λ^* of f_λ on a computer. If each f_λ satisfies the conditions of Theorem 2 and has in particular a negative Schwarzian derivative, we know that this procedure permits discovering (weakly) stable cycles that have a small

period and that are attracting enough. Suppose now that we put λ on an horizontal axis and that above each value of λ we plot vertically the values taken by the iterates $f_{\lambda}^t(x_{\lambda}^*)$ for, say, $t = 200$ to 300 . Computer simulations of this type yield typically a very neat "bifurcation diagram" which displays first a whole interval in which period doubling bifurcations occur more and more rapidly, a stable fixed point giving rise to a stable cycle of period 2, which yields then a stable cycle of period 4 and so on. The values of λ for which such period doubling bifurcations occur tend to some limit value λ_{∞}^* , beyond which one enters the "chaotic" region : for $\lambda > \lambda_{\infty}^*$, one often observes a "mess" — meaning that one has either an aperiodic ("chaotic") map or a stable cycle with a very long period — in the middle of which windows may appear that show stable cycles with low periods like 3, 5, 6 or 7 (that depends of course of the degree of resolution of the diagram)¹.

Fig. 3

¹ Diagrams of this type are numerous in the literature. See CE, p. 26, May (1976). Such bifurcation diagrams have been obtained in economic models by Dana and Malgrange (1981), Grandmont (1983), Jensen and Urban (1982).

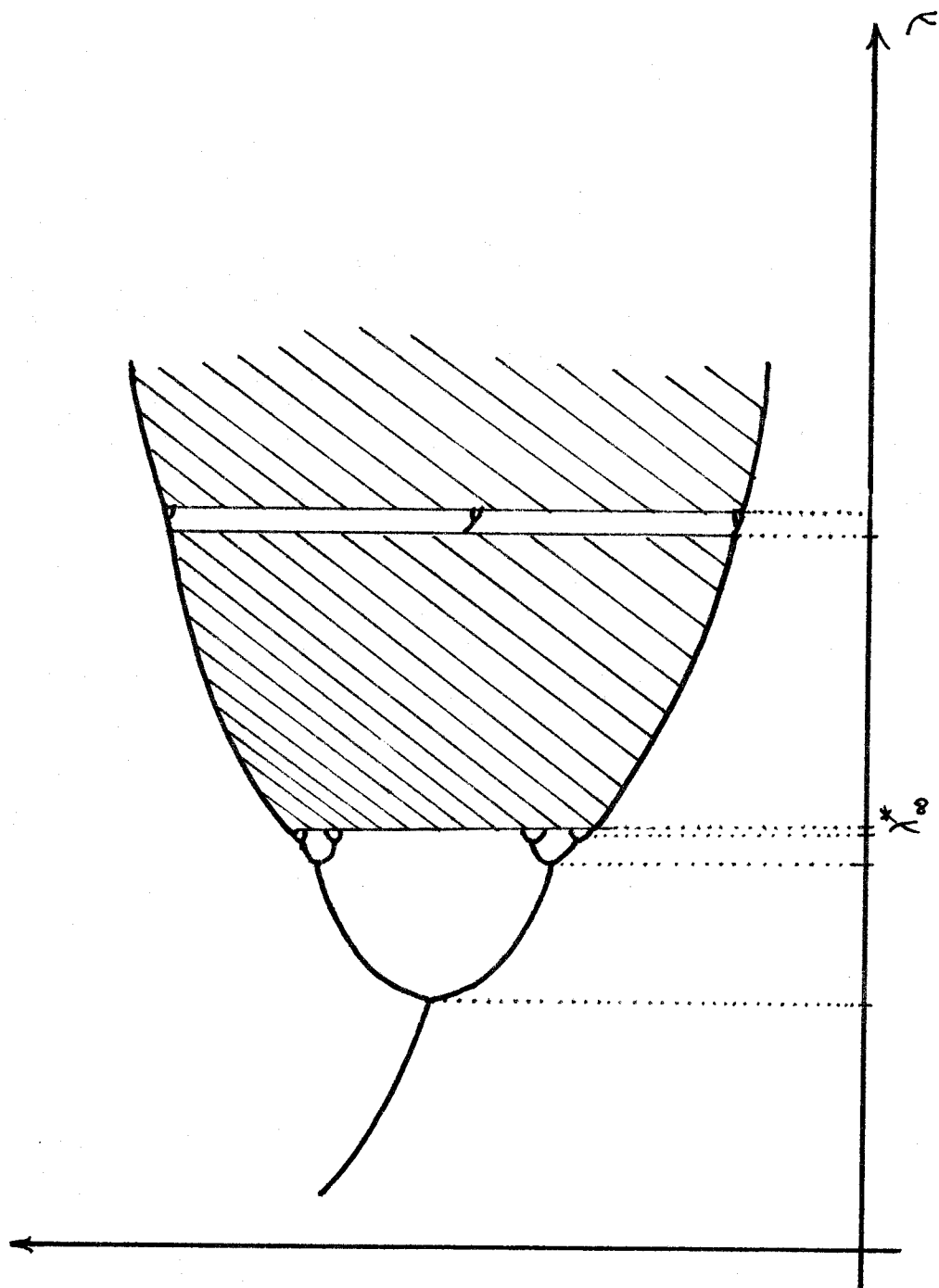


Fig. 3

The results that follow explain why such an outcome should be typically observed. Formally, we consider a *one-parameter family* of maps f_λ in which λ belongs to $[0,1]$. For each λ in that interval, f_λ maps the interval $[a_\lambda, b_\lambda]$ into itself, is C^1 -unimodal with a unique critical point x_λ^* in (a_λ, b_λ) and $f_\lambda(x_\lambda^*) = b_\lambda$. We assume that a_λ and b_λ depend continuously on λ , as well as f_λ and its derivatives. More precisely, for any sequence λ_n that tends to λ in $[0,1]$, then $a_n = a_{\lambda_n}$ and $b_n = b_{\lambda_n}$ tend to a_λ and b_λ respectively, while for any sequence $x_n \in [a_n, b_n]$ that converges to $x \in [a_\lambda, b_\lambda]$, the sequences $f_{\lambda_n}(x_n)$ and $f'_{\lambda_n}(x_n)$ converge to $f_\lambda(x)$ and $f'_\lambda(x)$, respectively.

We shall say that the family is *full* if

1. for $\lambda = 0$, one has $f_0(b_0) > x_0^*$. In that case, as one can easily verify, all iterates $f_0^j(x_0^*) = f_0^{j-1}(b_0)$ belong to the interval $[f_0(b_0), b_0]$ for $j \geq 1$.

2. for $\lambda = 1$, one has $f_1^2(x_1^*) < x_1^*$ and $f_1^3(x_1^*) < x_1^*$.

Then we have

THEOREM 7. Consider a full one-parameter family of C^1 -unimodal maps indexed by λ in $[0,1]$. Then

1) Given an arbitrary $k \geq 2$, the set of parameters λ for which the map f_λ has a superstable cycle of period k is closed and nonempty. Given such a λ , there is an open interval around λ such that $f_{\lambda'}$ has a stable cycle of period k for all λ' in this interval.

2) Let λ_j^* be the first value of the parameter λ for which a superstable cycle of period 2^j obtains for $j \geq 1$. Then the sequence λ_j^* increases with j and converges to some value $\lambda_\infty^* < 1$ as j tends to $+\infty$. For each λ in $[0, \lambda_\infty^*)$, all cycles of the map f_λ have a period that is a power of 2 or are fixed points. The critical point x_λ^* of f_λ is attracted to one of these.

3) If superstable cycles of periods 2^j and $2^{j'}$ with $j' > j+1$ occur respectively for the values λ and λ' in $[0, \lambda_\infty^*)$, then a superstable cycle of period 2^i with $j' > i > j$ must appear for some value in the open interval determined by λ and λ' .

Proof. As a preliminary remark, CE require that $a_\lambda = -1$, $b_\lambda = 1$, $x_\lambda^* = 0$ for all λ , but the proofs of the results we shall use, employ only simple continuity arguments that do not depend upon these specific assumptions. Second, our assumptions imply that the itinerary of b_0 , denoted $K(f_0)$, is R^∞ , while that of b_1 , denoted $K(f_1)$ starts RLL ... (itineraries are defined in CE, p. 64)

1) According to (CE, Theorem III.1.1), every maximal admissible sequence A satisfying $K(f_0) < A < K(f_1)$ occurs as the itinerary $K(f_\lambda)$ of b_λ for some λ in $(0,1)$ (admissible sequences are defined in CE, p. 64, the ordering between admissible sequences is defined in CE, p. 65-66, while maximal sequences are defined in CE, p. 71). In fact, it follows from the proof of this theorem (see CE, p. 175) that the set of such λ 's is nonempty and closed provided that $A \neq (BR)^\infty$ and $A \neq (BL)^\infty$.

Choose now an integer $k \geq 2$, and consider a maximal sequence BC in which the sequence B contains $k-1$ elements, such that

$$R^\infty < BC < RLL \dots$$

Given k , the set of such sequences is necessarily finite. It is not difficult to verify that is nonempty. As a matter of fact, we have

LEMMA 8. One has ¹

$$\begin{aligned} RLL\dots &> \dots > RLR^{i-3} C > (RLR^{i-2})^\infty > RLR^{i-1} C > \dots \\ &> \dots > R*RLR^{i-3} C > R*(RLR^{i-2})^\infty > R*RLR^{i-1} C > \dots \\ &> \dots > R^{*n}*RLR^{i-3} C > R^{*n}*(RLR^{i-2})^\infty > R^{*n}*RLR^{i-1} C > \dots \\ &> \dots > R^{*(m+1)}*RC > R^{*(m+1)}*R^\infty > R^{*m}*RC > \dots > RC > R^\infty \end{aligned}$$

in which $i \geq 3$ is odd, $n \geq 1$ and $m \geq 1$ are arbitrary.

Proof. If one ignores the finite sequences in this series of inequalities, what has been written is simply the translation of (CE, Theorems II.2.8 and II.2.9). What we have done is just to insert these finite sequences. Now the first line of inequalities and the fact that the first sequence appearing on the second line satisfies

$$R*RLC = RLRRRC < RLR^{i-3} C$$

for every odd integer $i \geq 3$ is readily verified by inspection. Then all the lines of inequalities except the last one follow by induction from the fact that $R*$ is monotone among the set of maximal itineraries (see CE, Theorem II.2.5). The last line is in fact (CE, Lemma II.2.12) combined with their Theorems II.2.8 and II.2.9. Q.E.D.

¹

The product $A*B$ is defined in CE, p. 72, the notation A^{*n} is introduced in CE, p. 76.

Thus given the integer $k \geq 2$, the set of maximal sequences BC in which the sequence B contains $(k-1)$ elements, and such that

$$R^\infty < BC < RLL \dots$$

is nonempty and finite (it is nonempty since one may take $BC = R^{*n} * RLR^{i-3} C$ if $k = 2^n \cdot i$ with $n \geq 0$ and $i \geq 3$, i odd, and $BC = R^{*m} * RC$ if $k = 2^{m+1}$ with $m \geq 0$). Therefore the set of values of λ such that the itinerary $K(f_\lambda)$ of b_λ coincides with one such BC is closed and nonempty. To show the first part of 1), it suffices to remark that for any λ , the itinerary $K(f_\lambda)$ of b_λ is maximal (see CE, p. 71) and that f_λ has a superstable cycle of period k if and only if $K(f_\lambda)$ coincides with one of the BC mentioned above. The last part of 1) is a straightforward continuity argument that is left to the reader.

2) Lemma II.2.2 in CE states that the sequences appearing in the last line of inequalities in Lemma 8 above are consecutive among the maximal sequences ("consecutive" is defined in the statement of Lemma II.2.2 in CE). It follows then from (CE, Theorem III.1.1) that the itinerary $K(f_{\lambda_j^*})$ of $b_{\lambda_j^*}$ is $R^{*(j-1)} * RC$, and that $\lambda_i^* > \lambda_j^* > 0$ whenever $i > j$ (otherwise λ_j^* would not be the minimum value of λ for which a superstable cycle of period 2^j obtains). The sequence λ_j^* converges thus towards $\lambda_\infty^* \leq 1$. By another application of Lemma II.2.2 and Theorem III.1.1 in CE, one gets that for any λ in $[0, \lambda_\infty^*)$, the itinerary $K(f_\lambda)$ of b_λ is one of the sequences appearing in the last line of inequalities in Lemma 8 above. Since there are values of λ in $[0, 1]$ such that f_λ has a superstable cycle with a period that differs from a power of 2, one must have $\lambda_\infty^* < 1$.

Next remark that the sequences appearing in the last line of inequalities in Lemma 8 are periodic with a period that is a power of two (see CE, Remark 1, p. 79). Thus for any λ in $[0, \lambda_\infty^*)$, the critical point x_λ^* is attracted to a periodic orbit the period of which is a power of 2 (see Lemmas II.3.1 and II.3.2 in CE). If the map f_λ has another cycle, then the itinerary $I(x)$ of the rightmost point x of the periodic orbit is maximal (see CE, p. 71) and satisfies $I(x) \leq K(f_\lambda)$ (see CE, Lemma II.1.3). Again from CE, Lemma II.2.2, this itinerary $I(x)$ is one of the sequences appearing in the last line of inequalities of Lemma 8 that are less than or equal to $K(f_\lambda)$, or it is the sequence L^∞ (see Lemma II.2.1 in CE). This periodic orbit has a period that is a power of 2 or is a fixed point of f_λ .

3) This statement follows again from the fact that the sequences appearing in the last line of inequalities in Lemma 8 are consecutive among the maximal sequences, and from (CE, Theorem III.1.1). Q.E.D.

THEOREM 9. Consider a full one-parameter family of C^1 -unimodal maps indexed by λ in $[0, 1]$, and assume that for each λ , the map f_λ (or one of its topological conjugates g_λ) satisfies S1, S2, S3, S4" and S5. Then

1) for any λ in $[0, \lambda_\infty^*)$, the map f_λ has a (unique) weakly stable periodic orbit

2) there is an uncountable set of values of λ in $(\lambda_\infty^*, 1]$ for which f_λ has no weakly stable periodic orbit.

Proof. 1) We have seen when proving 2) of Theorem 7, that for any λ in $[0, \lambda_\infty^*)$, the itinerary $K(f_\lambda)$ of b_λ was one of the sequences that appeared in the last line of inequalities of Lemma 8. Since anyone of these sequences is periodic, the result follows from Proposition 3.

2) By the argument of CE, pp. 184-85, there is an uncountable set of values of λ for which the extended itinerary of b_λ is not periodic. By Proposition 3, for each such λ , f_λ has no weakly stable cycle. From 1), all these values of λ must belong to $(\lambda_\infty^*, 1]$. Q.E.D.

Remarks.

1. Under the assumptions of Theorem 9, it can be shown that there is an uncountable set of values of λ in $(\lambda_\infty^*, 1]$ for which f_λ has sensitivity to initial conditions, see (CE, Proposition III.2.1).

2. A good deal of recent research aimed at showing that the set of values of λ for which f_λ has no weakly stable cycle (has sensitivity to initial conditions) (has an absolutely continuous invariant probability measure) has positive Lebesgue measure. For more information, see CE, Sections I.5 and III.2.

3. For practically all families for which bifurcation diagrams have been computed, one observes striking numerical regularities. For instance, if λ_j is the value for which there is a bifurcation from a cycle of period 2^j to a period 2^{j+1} , then $(\lambda_j - \lambda_{j-1})/(\lambda_{j+1} - \lambda_j)$ tends very rapidly, as j diverges to $+\infty$, to some number $\delta = 4.66920 \dots$, that seems independent of the family f_λ under consideration. For a discussion of this and related points, and a theorem that gives a partial mathematical explanation of this "empirical" phenomenon, see CE, Sections I.6 and III.3. For an extension to families of maps on $\mathbb{R}^m$, with $m \geq 2$, see CE, Section III.4.

REFERENCES

- BENHABIB, J. and R.H. DAY (1981), "Rational Choice and Erratic Behaviour", Review of Economic Studies 48, 459-472.
- BENHABIB, J. and R.H. DAY (1982), "A Characterisation of Erratic Dynamics in the Overlapping Generations Model", Journal of Economic Dynamics and Control 4, 37-55.
- COLLET, P. and J.-P. ECKMANN (1980), Iterated Maps on the Interval as Dynamical Systems, Birkhäuser, Boston.
- DANA, R.A. and P. MALGRANGE (1981), "The Dynamics of a Discrete Version of a Growth Cycle Model", CEPREMAP Working Paper, forthcoming in Analysing the Structure of Econometric Models, J.P. ANCOT (Ed.), M. Nijhoff, Amsterdam.
- DAY, R.H. (1982), "Irregular Growth Cycles", American Economic Review 72, 406-414.
- DAY, R.H. (1983), "The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth", Quarterly Journal of Economics 98, 201-13.
- GRANDMONT, J.M. (1983), "On Endogenous Competitive Business Cycles", CEPREMAP DP N° 8316. Also available as a IMSSS Technical Report, Economics, Stanford University, and a EHEC Technical Report, Economics, University of Lausanne.
- GUCKENHEIMER, J. and P. HOLMES (1983), Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, Applied Math. Sciences Series N° 42, Springer.
- JENSEN, R.U. and R. URBAN (1982), "Chaotic Price Behaviour in a Nonlinear Cobweb Model", Yale University, mimeo.

LI, T. and J.A. YORKE (1975), "Period Three Implies Chaos", American Mathematical Monthly 82, 985-992.

MAY, R.B. (1976), "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics", Nature 261, 459-467.

PARTHASARATHY, K.R. (1967), Probability Measures on Metric Spaces, Academic Press, New York.

RAND, D. (1978), "Exotic Phenomena in Games and Duopoly Models", Journal of Mathematical Economics 5, 173-184.

SARKOVSKII, A.N. (1964), "Coexistence of Cycles of a Continuous Map of the Line Into Itself", Ukr. Mat. Z. 16, 61-71.

SINGER, D. (1978), "Stable Orbits and Bifurcations of Maps of the Interval", SIAM Journal of Applied Mathematics 35, 260.

STEFAN, P. (1977), "A Theorem of Sarkovskii on the Existence of Periodic Orbits of Continuous Endomorphisms of the Real Line", Comm. Math. Phys. 54, 237-248.