THEORIE DE L'EQUILIBRE TEMPORAIRE GENERAL*

Jean-Michel GRANDMONT**

n° 7601

Janvier 1976

CEPREMAP

(Equipe de Recherche Associée au CNRS n°507)

* Une version anglaise plus complète et plus technique est disponible dans cette série sous le numéro 7601bis.

** Cette revue de littérature a été présentée à l'invitation du Comité des Programmes au Congrès Mondial de la Société d'Econométrie de Toronto, Canada, en Août 1975. Je tiens à remercier les commentaires de E. Diewart, J. Green et F. Hahn au cours de cette session. Ce travail a été partiellement financé par l'Université de Bonn, par la National Science Foundation SOC 74-11446 à l'Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences à l'Université de Stanford, par la National Science Foundation SOC 73-09142 à l'Université de Harvard, ainsi que par une bourse de recherches dans le cadre des échanges entre la National Science Foundation et le CNRS. J'ai bénéficié de conversations stimulantes avec de nombreux collègues au cours de ce travail. Je tiens à les remercier tous vivement, et en particulier J.P. Benassy, F. Hahn, W. Heller, G. Laroque et R. Starr.

THEORIE DE L'EQUILIBRE GENERAL TEMPORAIRE

Résumé

Cet ouvrage fait le point des recherches théoriques récentes sur des économies où l'échange a lieu séquentiellement au cours du temps et où chaque agent prend à chaque instant des décisions au vu de ses anticipations concernant son environnement futur. L'accent est porté particulièrement sur les problèmes soulevés par la spéculation sur les marchés à terme (marchés des capitaux) ainsi que par la prise en compte de la monnaie et des activités bancaires dans les modèles d'équilibre temporaire concurrentiel, où les ajustements se font uniquement par les prix. Une analyse de la logique des modèles d'équilibre temporaire avec rationnement quantitatif est également présentée.

TEMPORARY GENERAL EQUILIBRIUM THEORY

Abstract

This paper surveys some recent studies of economies where trading takes place sequentially over time, and where each agent makes decisions at every moment in the light of his expectations about his future environment. The paper reviews particularly the issues raised by speculation in capital markets, and by the consideration of money and banking activities in temporary competitive equilibrium models, where adjustments take place by means of price movements only. A thorough investigation of the logic of temporary equilibrium models with quantity rationing is also offered.

TABLE DES MATIERES

0. INTRODUCTION.

Un des succès les plus remarquables de la théorie économique au cours des deux dernières décennies a été l'élaboration rigoureuse de la théorie de l'équilibre général Walrassien connue sous le nom du modèle d'Arrow-Debreu (Debreu (1959), Arrow et Hahn (1971)). Ce succès a fait apparaître simultanément de manière plus éclatante les limites du modèle et son inadéquation au réel. Dans son interprétation la plus stricte, la théorie postule que tous les agents ont accès à la date initiale à un système complet de marchés à termes, et que les ajustements se font uniquement par le jeu des prix. Dans cet esprit, tous les contrats sont déterminés au début des temps et il n'y a aucune incitation à rouvrir les marchés à une date ultérieure. Cette interprétation conduit donc à un modèle essentiellement atemporel. Une interprétation moins stricte du même modèle formel consiste à supposer qu'il existe une suite de marchés au comptant au cours du temps, mais qu'à chaque instant les agents ont accès à un système complet de marchés pour des créances remboursables en unités de compte par exemple. Le déroulement séquentiel des transactions est ainsi réintroduit par ce biais, mais la structure du modèle contraint alors de supposer qu'à chaque date, tous les agents prévoient de façon correcte les prix et taux d'intérêt futurs. Ce modèle constitue un cadre de référence utile, mais ses hypothèses de base en font à l'évidence un outil peu adapté à la description du monde dans lequel nous vivons. Entre autres, il est bien connu que le modèle d'Arrow-Debreu ne peut rendre compte des phénomènes monétaires ou de l'existence de marchés boursiers. En pratique, les agents n'ont qu'une connaissance très imparfaite des lois régissant le système économique et leurs capacités de calcul ne leur permettent certainement pas de prévoir correctement les prix et taux d'intérêt futurs. Enfin, il est de fait qu'en réalité certains ajustements se font au moins partiellement et pendant plus ou moins longtemps au moyen de rationnements quantitatifs (excès d'offre ou de demande).

Ces questions, longtemps ignorées par la théorie traditionnelle de l'équilibre général, ont été bien entendu au centre des préoccupations de la plupart des économistes. Le fait que les agents économiques ont une connaissance très imparfaite de leur environnement futur et que, par conséquent, ce futur influence le présent au travers des prévisions des agents est une idée maîtresse de la pensée Keynésienne et plus généralement de la théorie macro-économique, notamment monétaire. L'étude de la formation des prévisions dans un environnement connu imparfaitement est l'un des objets principaux de l'économétrie, tant théorique qu'appliquée. Les modèles d'inspiration Keynésienne représentent une tentative majeure d'étudier des marchés où l'équilibre se réalise ay moyen d'ajustements quantitatifs (rationnement). D'importants domaines de la pensée économique ont eu ainsi des développements divergeants pendant de nombreuses années, ce qui fut préjudiciable à l'ensemble de la discipline. Depuis quelques années cependant, des efforts systématiques ont été faits par les théoriciens de l'équilibre général afin de combler ce fossé et, ce qui est plus important, de se rapprocher du réel. L'idée essentielle sous-jacente à ces travaux n'est pas nouvelle et peut être trouvée dans les écrits de J. Hicks, sous le nom d' Equilibre Temporaire. Elle a été également utilisée par Patinkin (1965) dans sa remarquable tentative d'intégrer la monnaie dans la théorie de la valeur. Selon ce point de vue, à chaque date les agents doivent prendre des décisions en fonction de leurs anticipations sur leur environnement futur, qui dépendent de leur information sur l'état de l'économie dans les périodes courante et passées. On peut alors étudier l'état du marché dans la période courante soit en supposant que les ajustements se font uniquement par les prix (Equilibre Temporaire Concurrentiel), soit en postulant que les prix sont momentanément fixés au cours de la période et que les ajustements se font au moyen de rationnements quantitatifs (Méthode des Prix Fixes de Hicks). L'objet du présent essai est d'examiner l'apport de ces recherches.

Les travaux s'inspirant de cette méthode ont pris deux orientations reliées mais distinctes. La première consiste à admettre que les échanges ont lieu séquentiellement au cours du temps, et qu'à chaque date les agents n'ont pas accès à un système complet de marchés de créances, mais à garder l'hypothèse que les agents prévoient correctement prix et taux d'intérêt futurs. C'est dans cette ligne que se situent les travaux de Hahn (1971) sur les coûts de transaction, ainsi que ceux de Radner (1967), (1968), (1970), (1972) sur l' "équilibre de plans, de prix et d'anticipations de prix". Cette approche permet d'étudier au moins partiellement certains phénomènes monétaires et certains aspects des marchés boursiers (Douglas Gale (1973a)). Pour une analyse exhaustive de cette voie d'approche, le lecteur pourra consulter utilement la revue stimulante de Radner (1974). Cette hypothèse de Prévision Parfaite est certainement utile pour l'étude de la planification indicative ou pour la description d'états stationnaires où il peut paraître naturel de supposer que les agents prévoient correctement leur futur environnement. Elle est également utile pour vérifier si une proposition économique ne dépend pas du fait que les agents font des erreurs de prévision. Cette hypothèse est à l'évidence très éloignée de la réalité. Par contraste, la deuxième approche que j'analyserai dans cet essai admet que les unités économiques peuvent faire des erreurs de prévision. Elle prend donc en compte un phénomène de "déséquilibre" qui paraît important, à savoir que les plans des différents agents à une date donnée peuvent être incompatibles.

L'intérêt récent pour cette approche a été stimulé par un certain nombre d'études antérieures. Parmi celles-ci, on peut citer les travaux de Morishima (1964) sur les activités de production, travaux qui ont été repris récemment par Diewert (1972), la tentative de Drandakis (1966) d'étudier les phénomènes monétaires à l'aide de cette approche, et l'étude de l'équilibre temporaire concurrentiel dans un environnement certain par Arrow et Hahn (1971). La première tentative systématique d'étudier l'équilibre temporaire concurrentiel dans un environnement incertain paraît due à Stigum (1969a),(1969b).

Le lecteur découvrira rapidement que le sujet n'a pas atteint encore un degré de maturité suffisant pour permettre une présentation de la théorie de manière générale et concise. Les chercheurs adoptant cette approche se sont souvent trouvés confrontés à des problèmes qui n'avaient pas leur place dans la théorie traditionnelle de l'équilibre général et qui étaient quelquefois passés sous silence par les théoriciens de la macroéconomie. La stratégie adoptée par de nombreux chercheurs a été par suite de sélectionner quelques thèmes significatifs et d'étudier un modèle spécifique pour chaque thème. Par suite, je n'ai pas tenté de résumer la littérature entière sur le sujet, mais j'ai choisi de discuter d'un même point de vue quelques travaux à mon sens significatifs et d'en dégager les leçons. Le choix a bien entendu été influencé par mes propres intérêts et préjugés, et les travaux que je n'analyserai pas en détail ne doivent pas être sous-estimés.

./.

Cet article est organisé de la manière suivante. Je développe dans la section 1 le modèle de prise de décision individuelle commun aux modèles d'équilibre temporaire. La section 2 est consacrée à l'étude de l'équilibre temporaire concurrentiel où les ajustements se font exclusivement par les prix. Je m'attacherai particulièrement à l'étude des phénomènes d'arbitrage sur les marchés de capitaux (section 2.2.) et celle des phénomènes monétaires et des activités bancaires dans ce type de modèle (section 2.3.). La section 3 est consacrée à l'analyse de la méthode des prix fixes de Hicks, où les ajustements au cours d'une période élémentaire se font par rationnement quantitatif. Des références bibliographiques sont présentées dans la quatrième section.

./.

1. DECISION INDIVIDUELLE.

Le trait essentiel des modèles d'équilibre temporaire est le fait que les agents prennent des décisions à un moment donné tout en ignorant leur futur environnement : ils doivent prévoir celui-ci afin d'effectuer un choix. Par suite, un concept nouveau apparaît dans ces modèles par rapport à la théorie traditionnelle de l'équilibre général, celui d'une fonction d'anticipations, qui décrit la dépendance des prévisions d'un agent par rapport à son information. L'objet de cette section est de décrire précisément comment ce concept intervient dans le processus de décision d'un agent dans les modèles d'équilibre temporaire.

1.1. Modèle de base.

Raisonnons en temps discret. A chaque date, un agent reçoit des signaux concernant son environnement : ceux-ci peuvent décrire son information sur des variables exogènes au système économique ("états de la nature"), ou sur les variables contrôlées par les autres agents économiques, ou déterminées conjointement par ces deux catégories de variables (par exemple, les prix). Soit S_t l'ensemble des signaux possibles que cet agent peut recevoir au temps t. Le problème de cet agent est le suivant : étant donnés les signaux reçus jusqu'à la date t, et les décisions prises par lui-même jusqu'à cette date, il doit choisir une action a_t dans un ensemble A_t . Une action implique en général un échange de biens et services dans la période courante. Elle peut en outre impliquer un engagement d'échanger certaines quantités de biens et services à des dates ultérieures (contrats à terme) comme dans le cas par exemple de stocks de biens durables. Enfin, une action impliquera en général un engagement d'échanger à une date ultérieure un "bien" particulier, de la monnaie fiduciaire, lorsque l'agent décide de détenir des encaisses monétaires ou des actifs financiers, ou d'emprunter.

Pour simplifier, j'analyserai un cas simple. Soit l'agent à la date 1. Les signaux reçus ainsi que les décisions prises dans les périodes antérieures sont des données du problème qui ne peuvent être altérées par les évènements ou décisions présentes. Je ne les mentionnerai donc plus explicitement. L'agent doit choisir une règle de décision, spécifiant l'ensemble des actions $\alpha(s_1)$ qu'il choisira pour chaque signal $s_1 \in S_1$. Etant donné s_1 , les actions qu'il peut choisir peuvent être limitées par un certain nombre de contraintes, décrites par un sous-ensemble $\beta_1(s_1)$ de A_1. Puisqu'une action engage en général l'avenir, l'agent doit prévoir ce qu'il fera dans les périodes ultérieures. Supposons pour simplifier que cet agent se préoccupe uniquement de la période suivante. Cette hypothèse n'est pas essentielle : l'analyse qui suit est valable pour tout horizon fini ou infini (Chetty et Dasgupta (1975), Christiansen (1974),(1975), Jordan (1975a)). Par conséquent, l'agent doit choisir, en sus d'une action, un plan décrit par une fonction $a_2(\bullet)$ définie sur S_2 et prenant ses valeurs dans A_2 , qui représente l'action $a_2(s_2)$ qu'il prévoit de choisir s'il reçoit le signal s_2 à la période suivante. Ici encore, ce choix peut être limité par des contraintes dépendant de son environnement courant et futur et de son action présente, $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1 , a_1 , s_2)$.

L'agent doit être bien entendu conscient des conséquences de ces choix. Pour simplifier, je supposerai que ces conséquences ne dépendent que du couple d'actions (a_1 , a_2), mais celles-ci peuvent dépendre bien entendu de l'environnement, donc de s_1 et de s_2. Les conséquences des choix de l'agent seront donc représentées par $\gamma(a_1 , a_2)$, un élément de l'espace C des conséquences. Puisque l'agent est confronté à un problème de décision sous incertitude, ses préférences $\succsim$ seront décrites par un préordre complet défini sur l'espace des distributions de probabilité $\mathcal{M}(C)$ sur C. Bien que ce ne soit pas nécessaire pour la présentation de la théorie, il est commode de supposer que ces préférences satisfont aux hypothèses de l'Espérance d'Utilité :

(U) Il existe une fonction d'utilité de Von Neumann-Morgenstern $u : C \to R$ continue et bornée telle que, pour toute distribution de probabilité $\mu \in \mathcal{M}(C)$, l'espérance de l'utilité

$$v(\mu) = \int_C u \, d\mu$$

est une représentation des préférences $\succsim$.

Afin de compléter la description du modèle, il faut préciser comment l'agent prévoit les signaux qu'il recevra dans l'avenir. Par hypothèse, cette prévision prend la forme d'une distribution de probabilité sur S_2 .

Elle peut être influencée par toutes les observations faites par l'agent jusqu'à la période actuelle. En particulier, elle dépendra du signal s_1 , et dans certains cas, de l'action a_1 choisie dans la période présente. Pour simplifier, je ne tiendrai compte que de l'influence du signal s_1 . Par suite celle-ci est décrite par une <u>fonction d'anticipation</u> ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace des distributions de probabilités $M(S_2)$ sur S_2.

Il est maintenant possible de décrire le processus de décision de l'agent. Etant donné $s_1 \in S_1$, toute action $a_1 \in A_1$ et tout plan $a_2(\cdot)$ déterminent une <u>variable aléatoire</u> $\gamma(a_1 , a_2(\cdot))$ définie sur l'espace S_2 muni de la distribution de probabilité subjective $\psi(S_2)$, et prenant ses valeurs dans l'espace des conséquences C. Cette variable aléatoire par conséquent induit une distribution de probabilité sur l'espace des conséquences C, qui dépend du signal s_1 par l'intermédiaire des anticipations de l'agent, de l'action a_1 et du plan $a_2(\cdot)$, soit $\mu(s_1 , a_1 , a_2(\cdot))$. Par suite, étant donné s_1 , l'agent choisira une action a_1 et un plan $a_2(\cdot)$ sous les contraintes $a_1 \in \beta_1(s_1)$ et $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1 , a_1 , s_2)$ pour tout $s_2 \in S_2$,de façon que la distribution de probabilité induite sur l'espace des conséquences maximise ses préférences. Si l'on choisit une fonction d'utilité de Von Neumann-Morgenstern u comme dans la condition (U), ceci revient à maximiser l'espérance d'utilité associée à la distribution de probabilité induite,

$$\int_{S_2} u(\gamma(a_1,a_2(\cdot)) \quad d\,\psi\,(s_1),$$

sous les contraintes $a_1 \in \beta_1(s_1)$ et $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1,a_1,s_2)$. A tout programme optimal correspond une action optimale. L'ensemble de ces actions optimales constitue $\alpha(s_1)$.

1.2. <u>Préférences sur les actions.</u>

Dans la section précédente, le processus de décision d'un agent était représenté comme un problème de choix intertemporel. Je montre maintenant comment le choix peut se décrire comme un problème comportant une seule période en utilisant une technique classique de programmation dynamique.

Etant donné un signal s_1 , considérons une action arbitraire a_1 dans A_1 . Pour tout s_2 dans S_2 , définissons $u^*(s_1, a_1, s_2)$ comme le maximum de $u(\gamma(a_1, a_2))$ quand a_2 varie sous les contraintes $a_2 \in \beta_2(s_1,a_1,s_2)$. Si l'on définit

$$v(s_1, a_1) = \int_{S_2} u^*(s_1, a_1, \circ) \, d\psi(s_1)$$

alors $v(s_1,a_1)$ représente évidemment le <u>maximum d'espérance d'utilité</u> que l'agent pense atteindre s'il observe s_1 et s'il choisit a_1 dans la période courante. On peut maintenant définir les préférences de l'agent sur les actions par

a_1' <u>est préféré ou indifférent à</u> a_1'' <u>quand</u> s_1 <u>est observé dans la période courante si et seulement si</u> $v(s_1, a_1') \geqq v(s_1, a_1'')$.

Cette définition est justifiée car, ainsi que le lecteur le vérifiera aisément, pour tout s_1 ,

$a_1^* \in \alpha(s_1)$ <u>si et seulement si</u> a_1^* <u>maximise</u> $V(s_1, a_1)$ <u>quand</u> a_1 <u>varie soumis aux contraintes</u> $a_1 \in \beta_1(s_1)$.

D'autre part, on vérifie aisément que $v(s_1, a_1)$ détermine pour chaque signal s_1 un préordre complet sur l'espace des actions A_1 qui est indépendant de la fonction d'utilité particulière u utilisée et qui ne dépend que des préférences $\succsim$ sur l'espace des distributions de probabilité sur les conséquences $M(C)$.

Cette technique de programmation dynamique est utile pour au moins deux raisons. La première est qu'elle permet de réduire le problème d'un agent à un problème comportant une seule période, et ceci est utile lorsqu'on veut étudier l'équilibre du marché à une date donnée. La seconde est liée au fait que les préférences d'un agent sur les actions sont influencées par les signaux qu'il a perçus jusqu'à la période présente. Je rappelle qu'une action implique en général une décision de détenir des actifs monétaires et financiers. La procédure ci-dessus permet donc d'introduire de façon rationnelle ces actifs dans la fonction d'utilité $v(s_1, a_1)$. Celle-ci dépend des signaux perçus, en particulier des prix courants et passés, par l'intermédiaire de leur influence sur les anticipations de l'agent. Ceci donne de saines fondations pour analyser certaines questions de théorie monétaire comme l'absence d'illusion monétaire, la Théorie Quantitative de la monnaie et d'autres encore. Je reviendrai plus précisément sur ces points au cours de la section sur la monnaie.

2. EQUILIBRE TEMPORAIRE CONCURRENTIEL.

Une façon de concevoir l'évolution d'un système économique est de l'envisager comme une succession d'équilibres temporaires concurrentiels. C'est-à-dire, on suppose qu'à chaque date, les prix s'ajustent suffisamment rapidement pour équilibrer l'offre et la demande. Cette hypothèse est à l'évidence très restrictive, puisqu'elle empêche des phénomènes de déséquilibre tels que le sous-emploi. Cependant, bien que l'équilibre soit postulé dans chaque période, cette approche permet de prendre en compte un phénomène de déséquilibre à mon sens important : à chaque moment, les plans des agents pour l'avenir ne sont pas coordonnés et seront par suite incompatibles en général. Ainsi que Hicks (1939) l'a souligné il y a longtemps, cette hypothèse est très différente de celle de la Prévision Parfaite (Radner (1972)), où par définition, un tel phénomène de déséquilibre ne peut se produire.

Un problème important dans les modèles d'équilibre temporaire concurrentiel est précisément de prouver l'existence d'un système de prix équilibrant l'offre et la demande, notamment sur le marché des actifs. Il est clair qu'un "théorème d'équilibre de marché" doit être utilisé ici comme dans le cas des modèles d'équilibre concurrentiel traditionnels (section 2.1.). Le fait important, qui distingue les modèles d'équilibre temporaire, est que l'on doit faire des hypothèses significatives sur les anticipations des agents, et que ce faisant, on apprend beaucoup sur la structure de la théorie. J'illustrerai ce point dans cette section en analysant quelques travaux qui ont étudié cette question. Je m'intéresserai plus particulièrement aux problèmes posés par la possibilité d'arbitrages sur les marchés d'actifs (section 2.2.) et par l'introduction de la monnaie et des activités bancaires dans ce type de modèles (section 2.3.).

2.1. Equilibre de marché.

Il existe bien des versions de la "loi de l'offre et de la demande" qui peuvent être utilisées dans le contexte qui nous intéresse. Je me bornerai dans cette section à en présenter l'argument de manière heuristique. Une présentation plus technique est donnée dans l'Annexe.

Supposons que ℓ "biens" sont échangés à une date donnée, certains biens pouvant représenter des contrats à terme. Un système de prix peut donc être décrit par un vecteur p de R_+^ℓ, que nous pouvons normaliser à notre convenance, par exemple, en imposant $\sum_{h=1}^{\ell} p_h = 1$. A chaque système de prix est associée une demande excédentaire globale $\zeta(p)$ pour les différents biens, du moins lorsque celle-ci est définie. Soit D l'ensemble des systèmes de prix p pour lesquels une demande excédentaire est bien définie, et supposons que D soit un ouvert, convexe du simplexe unitaire $\Delta = \{p \in R_+^\ell \mid \sum_{h=1}^{\ell} p_h = 1\}$. Par hypothèse, pour chaque p dans D, la demande excédentaire $\zeta(p)$ satisfait l'identité comptable $p.\zeta(p) = 0$ (loi de Walras), et varie continuement avec p. Cette procédure détermine donc un "champ de vecteurs" $\zeta(p)$ sur D (voir figure 1.a).

Un équilibre de marché est manifestement représenté par un point p de D tel que $\zeta(p) = 0$. Maintenant, par continuité, un tel point devrait exister si le champ de vecteurs $\zeta(p)$ "pointait vers l'intérieur de D" lorsque le système de prix p est près de la frontière de D (figure 1.b). Une manière de transcrire précisément cette dernière condition est la suivante :

(B) Pour toute suite p^k dans D tendant vers la frontière de D, il existe $\bar{p}$ dans D tel que $\bar{p}.\zeta(p^k) > 0$ pour une infinité de k.

L'argument que j'ai esquissé se transpose aisément au cas où à chaque système de prix p dans D est associée non plus une demande excédentaire unique, mais un ensemble de demandes excédentaires. C'est ce dernier cas que j'envisagerai dans les sections suivantes.

./.

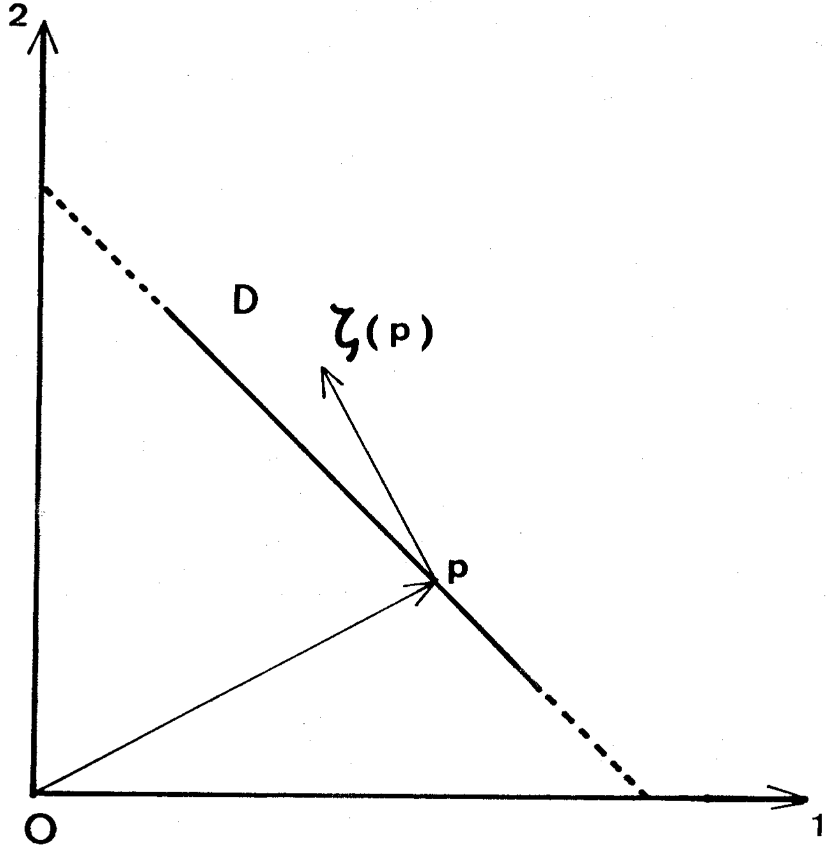

Fig. 1a

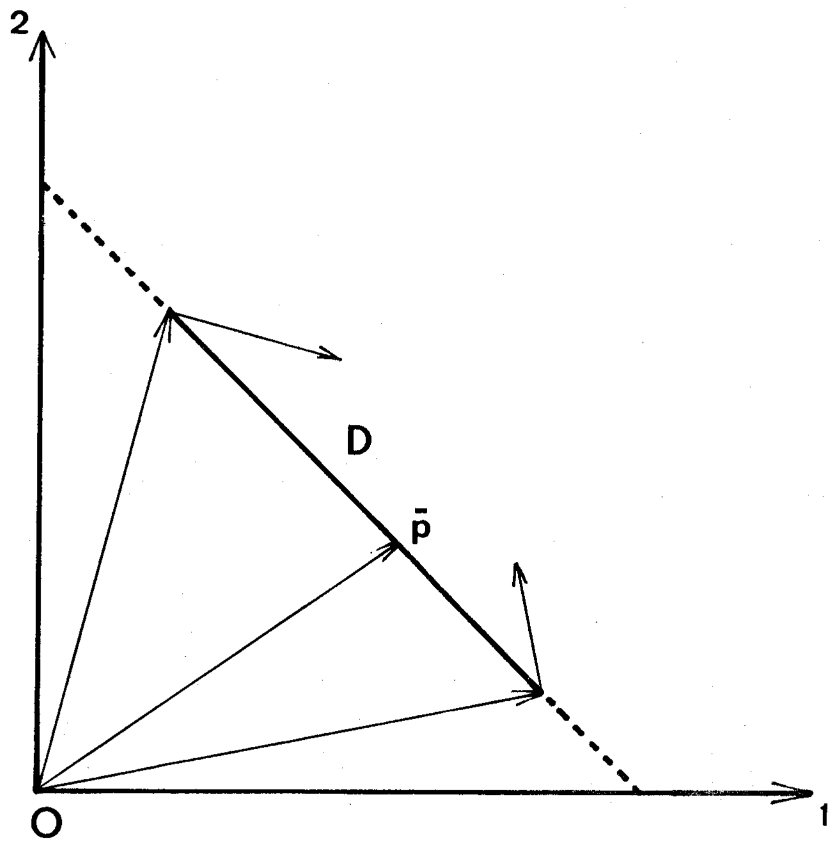

Fig. 1b

2.2. Spéculation sur les marchés de capitaux.

L'un des problèmes les plus intéressants qui apparaissent dans maints modèles d'équilibre temporaire est celui de l'existence d'un équilibre concurrentiel sur les marchés à terme. J'ai déjà remarqué qu'en général, un agent s'engagera à une date donnée à délivrer ou à recevoir des biens et services et/ou de la monnaie à des dates ultérieures. Dans bien des cas, des marchés au comptant seront actifs à la date de délivrance spécifiée dans les contrats à terme. Par suite, il existe des possibilités d'arbitrage sur les marchés à terme dans ce type de modèles. Comme les quantités échangées sur les marchés à terme ne sont pas bornées par les quantités effectivement disponibles à la date de la délivrance, il n'y a pas de borne naturelle que l'on puisse imposer sur les échanges d'un agent particulier sur de tels marchés, et il n'est pas clair à priori quel est le type de conditions que nous devons imposer à nos modèles pour pouvoir garantir l'existence d'un équilibre concurrentiel sur des marchés à terme. Une réponse à cette question a été donnée par Green (1973), (1974) : il doit y avoir accord partiel entre les anticipations des agents concernant les prix au comptant futurs. Les méthodes de Green semblent applicables à de nombreux modèles d'équilibre temporaire (concurrentiel ou non), aussi consacrerai-je cette section à les analyser.

Green (1973) étudie une économie d'échanges qui s'étend sur deux périodes, 1 et 2. Il y a ℓ_1 biens de consommation disponibles en période 1, ℓ_2 en période 2, avec $\ell = \ell_1 + \ell_2$. Le stockage des biens est impossible. Au cours de la période 1, chaque agent connaît ses ressources en biens disponibles durant la période. Mais leurs ressources en biens disponibles à la période 2 sont alors inconnues et aléatoires. A la période 1, il y a ℓ_1 marchés au comptant pour les biens courants et ℓ_2 marchés à terme pour des contrats de livraison inconditionnelle à la date 2 des ℓ_2 biens disponibles à cette date. Puisque ces marchés à terme ne sont pas complets au sens d'Arrow-Debreu, les marchés au comptant seront actifs en période 2, et les prix au comptant à cette date différeront en général des prix correspondant pour les contrats à terme en période 1. Le problème est de trouver des conditions garantissant l'existence d'un équilibre concurrentiel à la date 1.

./.

Je considère en premier lieu un consommateur typique à la date 1, et montre comment le choix qu'il a à faire peut se formuler dans les termes décrits dans la section 1. Cet agent connaît ses ressources $e_1 \in R_+^{\ell_1}$ en biens courants, et reçoit un signal $s_1 = (p_1, q_1)$ décrivant les prix $p_1 \in R_+^{\ell_1}$ des biens courants et les prix $q_1 \in R_+^{\ell_2}$ d'achats à terme de biens délivrables en période 2. Par suite, on peut prendre $S_1 = \Delta^{\ell}$, le simplexe unitaire de R_+^{ℓ}. A la date 2, l'agent recevra un signal $s_2 = (p_2, e_2)$, où le système de prix au comptant des biens disponibles en seconde période, p_2, appartient au simplexe unitaire Δ^{ℓ_2} de $R_+^{\ell_2}$, et où e_2 représente sa dotation de biens en deuxième période Par conséquent, $S_2 = \Delta^{\ell_2} \times R_+^{\ell_2}$. Les anticipations de l'agent sont représentées comme dans la section 1 par une fonction ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace des distributions de probabilités $\mathcal{M}(S_2)$ sur S_2.

Une action $a_1 = (x_1, b_1)$ de l'agent en première période décrit sa consommation courante $x_1 \in R_+^{\ell_1}$ et ses achats à terme $p_1 \in R^{\ell_2}$. Les ventes à terme ne sont pas limitées à priori. Par suite $A_1 = R_+^{\ell_1} \times R^{\ell_2}$. A la date 2, une action a_2 représente simplement sa consommation à cette date. Donc $A_2 = R_+^{\ell_2}$.

L'ensemble des choix possibles pour le consommateur à la date 2, $\beta_2(a_1, s_2)$ dépend du signal $s_2 = (p_2, e_2)$ reçu à cette date, et de l'action choisie en première période, $a_1 = (x_1, b_1)$. Toute action $a_2 \in A_2$ dont la valeur $p_2 . a_2$ n'excède pas la richesse de l'agent à la date 2, $p_2.(b_1 + e_2)$ est possible si cette richesse est non négative. Dans le cas contraire, l'agent est en banqueroute et est par suite contraint de choisir une consommation nulle :

$$\beta_2(a_1, s_2) = \{a_2 \in A_2 \,|\, p_2.a_2 \leqq \text{Max}\ (0,\ p_2.(b_1+e_2))\}.$$

L'ensemble des choix possibles à la date 1, $\beta_1(s_1)$, est l'ensemble des actions $a_1 = (x_1, b_1)$ dont la valeur $s_1.a_1$ n'excède pas la richesse de l'agent à cette date, $p_1.e_1$. Dans la version la plus simple de son modèle, Green fait l'hypothèse simplificatrice, qui n'est en aucune manière essentielle, qu'un agent ne se met jamais <u>délibérément</u> en situation de banqueroute même avec une probabilité petite, en ajoutant la contrainte : $p_2.(b_1+e_2) \geqq 0$

pour tout(p_2, e_2) dans le support de la distribution de probabilité $\psi(s_1)$. Je l'adopterai ici également. Par suite,

$$\beta_1(s_1) = \{a_1 \in A_1 \mid s_1 . a_1 \leq p_1 . e_1 \quad \text{et} \quad p_2 . (b_1 + e_2) \geqq 0 \text{ pour tout } s_2 \in \text{supp } \psi(s_1)\}.$$

Les conséquences de tout couple d'actions $(a_1, a_2) \in A_1 \times A$ sont décrites par le flux de consommations associées (x_1, x_2). Donc $C = R_+^{\ell 1} \times R_+^{\ell 2}$. Les préférences de l'agent sont alors définies sur $M(C)$ comme dans la section 1 et satisfont l'hypothèse de l'Espérance d'Utilité (U). De plus, on suppose que toute représentation de Von-Neumann-Morgenstern est concave et monotone.

Par conséquent, le problème d'un agent est le même que celui qui fut décrit dans la section 1. Pour tout signal s, dans S_1 , on peut donc définir un ensemble d'actions optimales $\alpha(s_1)$, qui peut être vide, et un ensemble de demandes excédentaires correspondantes :

$$\zeta(s_1) = \{z \mid z = (a_1 - (e_1, o)), \quad a_1 \in \alpha(s_1)\}.$$

Je ferai quelques hypothèses sur les anticipations de l'agent. En premier lieu, je supposerai que pour tout s_1 dans S_1, l'agent anticipe qu' avec probabilité 1, les prix seront positifs à la période suivante. Cette hypothèse mineure est justifiée par le fait qu'un prix nul ne peut correspondre à un équilibre puisque par hypothèse tous les biens sont désirés. Je supposerai d'autre part que le support de la distribution de probabilité $\psi(s_1)$ est en fait indépendant du signal s_1. Cette hypothèse est purement technique et n'est pas nécessaire à l'analyse (Green ne la fit pas), mais elle simplifie beaucoup l'étude du modèle sans pour autant altérer la substance des résultats. Je postulerai enfin que l'agent est réellement incertain au sujet des prix futurs, ce qui se traduit techniquement par l'hypothèse suivante : <u>la fermeture convexe de la projection sur $\Delta^{\ell 2}$ du support de $\psi(s_1)$ a un intérieur non vide, que l'on notera Π.</u>

Soit D l'ensemble des prix de première période, $s_1 = (p_1, q_1)$ qui sont positifs, $s_1 \gg 0$, et qui sont tels que le vecteur des prix relatifs des achats à terme, $q_1/|q_1|$, appartienne à Π. Il est clair que D est ouvert dans le simplexe Δ^{ℓ}, et convexe. Mais on peut montrer le résultat suivant, qui est plus important :

(1) $\zeta(s_1)$ <u>est non vide si et seulement si</u> s_1 <u>appartient à</u> D.

Un argument heuristique peut permettre de comprendre mieux ce résultat. Supposons que $q_1/|q_1|$ n'appartienne pas à Π. Alors l'agent estime qu'il lui est possible de spéculer profitablement sur les marchés à terme et que ses possibilités de gain sont illimitées. Donc aucune action ne peut être optimale. Dans le cas où $q_1/|q_1|$ appartient à Π, on peut vérifier aisément que toute tentative de spéculation de la part de l'agent sur les marchés à terme implique une possibilité de perte avec une probabilité (subjective) positive. Il est alors clair que l'ensemble $\beta_1(s_1)$ est borné, puisque nous avons supposé que l'agent cherchait à éviter à tout prix d'être en banqueroute en période 2. Donc, l'ensemble des actions optimales $\alpha(s_1)$ est non vide dans ce cas.

On peut également montrer le résultat suivant qui est important, puisqu'il garantit que tout vecteur de demande excédentaire "pointe vers l'intérieur de D" lorsque s_1 est proche de la frontière de D. L'importance de ce résultat est évidente à la lumière de la discussion de la loi de l'offre et de la demande faite dans la section 2.1. Plus précisément,

(2) <u>Soit une suite</u> s_1^k <u>dans D qui tend vers un point de la frontière de</u> D, <u>et soit une suite</u> $z^k \in \zeta(s_1^k)$. <u>Alors</u> $\bar{s}_1 . z^k$ <u>diverge vers</u> $+\infty$ <u>quel que soit</u> $\bar{s}_1$ <u>dans</u> D.

Ce qui reste à faire pour démontrer l'existence d'un équilibre concurrentiel dans une telle économie est maintenant facile. Supposons qu'il existe m consommateurs, $i=1,\dots,m$, chacun d'entre eux satisfaisant aux hypothèses énoncées ci-dessus. Si l'on définit la demande excédentaire globale pour chaque s_1 dans S_1 par $\zeta(s_1) = \sum_{i=1}^{m} \zeta^i(s_1)$, alors un équilibre temporaire concurrentiel est défini par un système de prix s_1 tel que $0 \in \zeta(s_1^*)$. Pour chaque agent, on peut définir un sous-ensemble Π^i du simplexe Δ^{ℓ_2} comme ci-dessus. Il est alors clair qu'étant donné les autres hypothèses, une condition

<u>nécessaire et suffisante</u> pour l'existence d'un équilibre concurrentiel dans cette économie est un accord partiel entre les agents concernant les prix au comptant de la période 2, c'est-à-dire,

<u>L'intersection de tous les Π^i est non vide.</u>

Si pour chaque consommateur i, D^i est défini à partir de Π^i comme ci-dessus, et si D est l'intersection de tous les D^i, cette condition est équivalente à "D est non vide". Si D était vide, alors la demande globale excédentaire $\zeta(s_1)$ ne serait pas définie quel que soit le système de prix et aucun équilibre ne pourrait exister. D'autre part, si D est non vide, alors le résultat énoncé en (2) entraîne l'existence d'un équilibre concurrentiel par une application immédiate de l'argument que j'ai esquissé dans la section 2.1.

Green a étendu son modèle dans plusieurs directions (Green (1974)). En premier lieu, on peut permettre aux agents de prendre des décisions entraînant la possibilité d'une banqueroute en deuxième période avec une probabilité (subjective) positive. Dans ce cas, on doit introduire des pénalités extra économiques pour la faillite afin d'empêcher un agent de vendre à terme de façon illimitée. Les agents peuvent également avoir contracté des obligations dans des périodes antérieures à la date 1. Ces agents peuvent dans ce cas être en banqueroute à la date 1 , et certaines règles de répartition en cas de faillite doivent être introduites dans le modèle. En dépit de ces complications, la conclusion principale du modèle le plus simple demeure : il doit y avoir accord partiel entre les agents concernant les prix au comptant futurs pour qu'il y ait un équilibre concurrentiel sur les marchés à terme. Des résultats qualitativement semblables ont été obtenus par Hart (1974) dans son étude des marchés d'actifs financiers du type de Lintner-Sharpe.

Bien que cette conclusion qualitative paraisse bien établie dans le cadre des modèles décrits dans cette section, il reste bien du travail à faire dans la direction inaugurée par Green. En particulier, un trait important des modèles analysés jusqu'ici est le fait que les agents ne font des plans que pour la période suivant immédiatement la période courante. Il reste à voir comment cette condition d'accord partiel des anticipations doit être formulée dans le cadre de modèles où les agents auraient un horizon de plusieurs périodes. Le problème est manifestement relié à la théorie de la structure des taux d'intérêt, ainsi que Green lui-même l'a remarqué dans une série d'exemples (Green (1971) ; voir aussi Younès (1972a) pour une tentative dans cette direction). Une étude systématique de cette question serait utile. Un autre sujet de recherche concerne le traitement de la faillite qui n'est pas entièrement satisfaisant dans Green (1974). Ledyard (1974) dans ses commentaires concernant le modèle de Green suggéra que la décision de se mettre en banqueroute devrait être le résultat du choix des agents. Cette suggestion devrait être explorée de manière plus approfondie. La question est d'importance, puisqu'elle conditionne toute étude satisfaisante des phénomènes financiers.

2.3. Equilibre Temporaire et Monnaie.

Un trait intéressant des modèles d'équilibre temporaire est le fait que les agents en général vont acheter et/ou vendre à terme un "bien" particulier, de la monnaie fiduciaire. C'est le cas s'ils décident de détenir des encaisses non rémunérées ou des actifs financiers, ou d'emprunter. Un problème important dans ce cas, qui fut souligné il y a plus de dix ans par Hahn (1965), est de montrer l'existence d'un équilibre concurrentiel où le prix de la monnaie soit positif, bien que celle-ci n'ait pas de valeur intrinsèque. Un début de réponse à ce problème a été donné par Grandmont (1974), qui montra que le prix d'équilibre (temporaire) de la monnaie est positif si les agents prévoient un prix positif pour celle-ci dans le futur quels que soient les prix couramment perçus. Cette condition est un raffinement d'une hypothèse faite auparavant par Stigum (1969a) dans son étude d'un modèle d'équilibre temporaire sans monnaie. Mais l'aspect le plus intéressant de cette approche est qu'elle permet l'introduction d'agents spécifiques dont la fonction est de manipuler le stock de monnaie disponible en accordant des prêts aux autres agents (Grandmont et Laroque (1975)) ou par des opérations d' "open market" (Grandmont et Laroque (1976a)). Ces agents sont donc semblables à des banques. Il est alors possible d'examiner l'impact de différentes politiques monétaires et d'étudier certaines questions de théorie monétaire comme la validité de la

Théorie Quantitative de la monnaie ainsi qu'elle est présentée par Patinkin (1965), ou l'existence d'une "trappe à monnaie". Afin de montrer plus précisément comment ces questions peuvent être abordées au moyen de cette approche, j'ai trouvé commode de développer l'argument dans le cadre d'un modèle étudié par Grandmont et Laroque (1976a)).

L'économie que je considère est une économie d'échanges qui s'étend sur un nombre de périodes indéfini. A chaque date, les consommateurs peuvent échanger n biens périssables de consommation sur des marchés au comptant, et peuvent épargner en détenant deux sortes d'actifs. L'un est de la monnaie fiduciaire ne portant pas intérêt ; l'autre est une rente perpétuelle, c'est-à-dire, une promesse de payer au porteur une unité de monnaie dans chaque période. En outre, il existe un autre agent, appelé la banque centrale, dont la fonction est de manipuler le stock de monnaie en vendant ou achetant des rentes perpétuelles sur le marché. Le problème est d'étudier l'existence et les propriétés d'un équilibre temporaire concurrentiel à un moment donné, disons $t = 1$.

Considérons dans un premier temps un consommateur représentatif à la date 1, et supposons que son horizon est limité à cette date à la période 2. Ce consommateur connait sa dotation $e_1 \in R^n_+$ en biens de consommation courants ainsi que son stock d'actifs $b_o \in R^2_+$ qui résulte de ses décisions dans les périodes antérieures. La première composante b_{o1} décrit son stock de monnaie (y compris les intérêts perçus à la date 1 sur son stock de rentes perpétuelles), la seconde b_{o2}, son stock de rentes perpétuelles. Il reçoit un signal $s_1 = (p_1, q_1)$ décrivant les prix au comptant des biens de consommation $p_1 \in R^n_+$ et ceux des actifs monétaires $q_1 \in R^2_+$. Donc nous pouvons prendre $S_1 = \Delta^\ell$, le simplexe unitaire de R^ℓ_+, avec $\ell = n+2$. A la date 2, l'agent recevra un signal $s_2=(p_2,q_2,e_2)$ décrivant les prix (p_2,q_2) des biens de consommation et ceux des actifs, et sa dotation en biens de consommation $e_2 \in R^n_+$ à cette date. Donc $S_2 = \Delta^\ell \times R^n_+$, et les anticipations de l'agent sont représentées, comme dans la section 1, par une fonction ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace $\mathcal{M}(S_2)$ des distributions de probabilités définies sur S_2.

./.

L'action d'un consommateur au cours d'une période est représentée par $a = (x,b)$, et décrit sa consommation courante $x \in R^n_+$ et le montant $b \in R^2_+$ d'actifs qu'il désire détenir jusqu'à la période suivante. Donc, $A_1 = A_2 = R^\ell_+$. Les conséquences d'un couple d'actions (a_1,a_2) sont décrites par le flux correspondant de consommations (x_1,x_2). Les préférences du consommateur sont définies sur l'espace $M(C)$ comme dans le modèle central et satisfont à l'hypothèse de l' "Espérance d'Utilité" (U) de la section 1. En outre toute représentation de Von Neumann-Morgenstern est supposée être concave et monotone.

L'ensemble des choix possibles pour un consommateur dans toute période est l'ensemble des actions dont la valeur n'excède pas sa richesse. Par conséquent,

$$\beta_1(s_1) = \{a_1 \in A_1 \mid p_1x_1 + q_1b_1 \leq p_1e_1 + q_1b_o\}$$

$$\beta_2(a_1,s_2) = \{a_2 \in A_2 \mid p_2x_2 + q_2b_2 \leq p_2e_2 + q_2\tilde{b}_1\}$$

où $\tilde{b}_1 = (b_{11}+b_{12}, b_{12})$ représente le stock d'actifs détenu par le consommateur en deuxième période après le paiement des intérêts sur les rentes perpétuelles, qui est le résultat de son action $a_1 = (x_1,b_1)$.

La structure du problème de ce consommateur est identique à celle décrite dans la section 1. Nous pouvons donc définir de la même manière un ensemble d'actions optimales $\alpha(s_1)$ pour tout s_1 dans S_1, et un ensemble de demandes excédentaires associées, $\zeta(s_1) = \{z \mid z = (a_1 - (e_1,b_o)), a_1 \in \alpha(s_1)\}$.

Je ferai quelques hypothèses sur les anticipations du consommateur. Tout d'abord, je supposerai que quel que soit s_1 dans S_1, le consommateur prévoit avec probabilité 1 que les prix des biens de consommation p_2 à la date 2 seront tous positifs. Cette hypothèse est justifiée par le fait que tous les biens de consommation sont désirés. D'autre part, je postulerai que, pour chaque s_1 dans S_1, le consommateur pense qu'il existe une probabilité positive pour que le prix de la monnaie q_{21} à la date 2 soit positif. Cette hypothèse a pour effet de rendre la monnaie un bien toujours désiré bien qu'elle n'ait aucune valeur intrinsèque. On vérifie aisément que ces hypothèses entrainent que l'ensemble $\zeta(s_1)$ est non vide si et seulement si <u>tous</u> les prix sont positifs. En particulier, tout équilibre temporaire concurrentiel, s'il en existe, devra comporter un prix positif pour la monnaie.

Supposons qu'il y a m consommateurs dans cette économie, $i = 1,\ldots,m$, chacun d'entre eux satisfaisant aux hypothèses ci-dessus. On peut définir pour chacun une correspondance de demande excédentaire ζ^i définie sur l'intérieur de Δ^ℓ, et par suite une correspondance de demande excédentaire globale par $\zeta = \sum_{i=1}^{m} \zeta^i$. Considérons maintenant l'autre agent de cette économie, la banque centrale. Sa fonction est de choisir une action $a = (x,b) \in R^\ell$ qui décrit son <u>offre nette</u> de tous les biens et actifs. Ses opérations sont par hypothèses réduites à des achats ou des ventes de rentes perpétuelles. Par conséquent, pour chaque $s_1 \in S_1$, l'ensemble des actions possibles pour la banque est $\beta(s_1) = \{a \in R^\ell \mid x = 0,\ q_1.b = 0\}$.

Le comportement de la banque est décrit par sa <u>politique monétaire</u> au cours de la période, c'est-à-dire par une relation η qui fait correspondre à chaque système de prix s_1 un sous-ensemble (qui peut être vide) $\eta(s_1)$ de $\beta(s_1)$. Je me concentrerai dans ce qui suit sur le cas où la banque désire fixer le taux d'intérêt des rentes pérpétuelles. Si le prix des actifs est $q_1 >> 0$, ce taux d'intérêt r est par définition l'inverse du prix monétaire des rentes perpétuelles, soit q_{11}/q_{12}. Par conséquent, si la banque désire fixer ce taux à un niveau $r \geqq 0$, sa politique η_r est donnée par

$$\begin{aligned} \eta_r(s_1) &= \beta(s_1),\ \text{si } rq_{12} = q_{11} \\ &= \text{l'ensemble vide, sinon} \end{aligned}$$

<u>Un équilibre temporaire concurrentiel associé à la politique</u> η est défini comme un système de prix s_1 dans S_1 tel que 0 soit un élément de $\zeta(s_1) - \eta(s_1)$. Le résultat suivant exprime le fait que dans ce modèle, la banque peut fixer le taux d'intérêt sur les rentes perpétuelles à n'importe quel niveau positif. Pour une démonstration, le lecteur pourra se reporter à Grandmont et Laroque (1976a) qui peut être adapté aisément.

(1) <u>Si</u> $\sum_{i=1}^{m} (e_1^i\ ,\ b_o^i) >> 0$, <u>pour tout</u> $r > 0$, <u>l'ensemble des prix d'équilibre associés à la politique</u> η_r <u>est un sous-ensemble non vide de l'intérieur de</u> Δ^ℓ.

Ce résultat implique en particulier que pour chaque taux d'intérêt positif, tout système de prix d'équilibre associé comporte un prix positif pour la monnaie. Comme je l'ai déjà remarqué, ceci est lié au fait que les consommateurs prévoient un prix positif pour la monnaie dans le futur avec une probabilité positive. Si on élimine cette hypothèse, il est toujours possible de démontrer l'existence d'un équilibre, mais celui-ci pourrait comporter un prix nul pour la monnaie. Ce serait le cas manifestement si tous les consommateurs prévoyaient un prix nul pour la monnaie avec probabilité un, quel que soit le système de prix courant. On peut imaginer d'autres exemples moins rudimentaires, comme dans le cas où les consommateurs prévoient avec certitude que les prix futurs (p_2,q_2) seront égaux aux prix courants (p_1,q_1) (voir Grandmont (1974) pour un tel exemple dans le cas d'une économie d'échanges avec de la monnaie externe).

Ce modèle me permet de discuter sur des bases précises la validité de la Théorie Quantitative de la monnaie, telle qu'elle est présentée par Patinkin (1965). Afin de procéder à cette discussion, il est commode de changer la règle de normalisation des prix et de travailler avec des prix monétaires : pour tout s_1 tel que le prix de la monnaie q_{11} est positif, le système de prix monétaires s_1^* est obtenu en divisant s_1 par q_{11}. Supposons maintenant que la banque fixe le taux d'intérêt des rentes à un niveau positif r, et soit $s_1^* = (p_1^*, q_1^*)$ un système de prix monétaires d'équilibre associé. Ce dernier dépend évidemment d s caractéristiques de l'économie à la date 1, en particulier des stocks d'actifs des consommateurs (b_0^i). Considérons une autre économie à la même date qui est identique à la première, sauf que les stocks d'actifs sont multipliés par un nombre positif λ, $\bar{b}_0^i = \lambda b_0^i$ pour tout i. Patinkin prétend que si la banque fixe le taux d'intérêt à la même valeur que précédemment, alors le système de prix monétaires $(\lambda p_1^*, q_1^*)$ sera un équilibre de la nouvelle économie. A cet équilibre, tous les agents auraient la même consommation, et ils voudraient détenir un stock d'actifs multiplié par λ. Il est facile de vérifier que cette propriété n'est en général pas vraie, à moins que l'élasticité des anticipations des agents ne soit unitaire, c'est-à-dire que les prix monétaires anticipés des biens de consommation soient multipliés par λ lorsque les prix monétaires courants de ces mêmes biens sont eux-mêmes multipliés par , à taux d'intérêt constant. Une autre façon

./.

d'aborder le même problème est d'étudier les préférences des agents. J'ai montré dans la section 1.2 comment la demande excédentaire d'un agent $\zeta^i(s_1^*)$ pouvait être conçue comme le résultat de la maximisation, sur l'ensemble $\beta(s_1^*)$, des préférences de l'agent sur les actions, celles-ci étant représentées par une espérance d'utilité $v^i(a_1, s_1^*)$. La Théorie Quantitative présentée par Patinkin revient à postuler une propriété d'homogénéïté (de degré quelconque) de cette fonction v^i par rapport au stock d'actifs et aux prix monétaires des biens de consommation, c'est-à-dire,

$$v^i\ (x_1,\ \lambda b_1,\ \lambda p_1^*\ ,\ q_1^*) = \lambda^\alpha\ v^i\ (x_1\ ,\ b_1\ ,\ p_1^*\ ,\ q_1^*)$$

pour tout λ positif. Ici encore, cette propriété n'est en général pas vraie si l'élasticité des prévisions de prix est différente de l'unité. Cette dernière condition paraît donc essentielle pour la validité de la Théorie Quantitative de la monnaie présentée par Patinkin. Or il est facile de voir que cette condition est incompatible avec l'hypothèse que j'ai été amené à faire pour garantir un prix d'équilibre positif pour la monnaie, à savoir que tous les agents prévoient un prix positif pour la monnaie avec une probabilité positive, quel que soit le système de prix courants. Par conséquent, dans le cadre de ce modèle, ou bien on suppose une élasticité des prévisions de prix monétaires des biens de consommation égale à l'unité, et le prix d'équilibre de la monnaie peut être nul, auquel cas la Théorie Quantitative présentée par Patinkin a des fondations peu solides. Ou bien on suppose que les agents prévoient un prix positif pour la monnaie quels que soient les prix courants, et cette version de la Théorie Quantitative n'est en général pas vraie. Ceci n'exclut évidemment pas la possibilité de construire un modèle garantissant un prix d'équilibre positif pour la monnaie qui soit compatible avec une élasticité des prévisions de prix égale à l'unité (voir à ce sujet le modèle de Hool (1974c)). Il n'en reste pas moins que cette dernière condition implique une très grande sensibilité des prévisions par rapport aux prix courants, qui parait peu acceptable si l'on se rappelle que ces prévisions dépendent non seulement des prix courants, mais également de tous les prix observés dans le passé.

./.

Puisque le modèle étudié dans cette section a certains traits Keynésiens, il convient de se demander s'il n'est pas possible d'exhiber une <u>trappe à monnaie</u> dans ce modèle. La trappe à monnaie est souvent conçue comme une propriété de la demande globale de monnaie : celle-ci tendrait vers l'infini lorsque le taux d'intérêt sur les rentes tend vers zéro ou vers une valeur petite mais positive. Il est possible de montrer qu'un tel phénomène apparaît dans certains cas lorsque le taux sur les rentes tend vers zéro. Considérons une suite de système de prix s_1^k dans l'intérieur de Δ^ℓ qui converge vers $s_1 \in \Delta^\ell$. La suite de taux d'intérêt r^k qui lui est associée est définie par q_{11}^k/q_{12}^k. Au vu de la contrainte budgétaire s'imposant à tous les consommateurs, si l'on désire que la demande globale de monnaie tende vers $+\infty$ lorsque s_1^k tend vers s_1, il est certainement nécessaire de supposer que $q_{11} = 0$. On peut alors montrer que la suite $|\zeta(s_1^k)|$ tend vers l'infini. Par conséquent, on est sûr que la demande de monnaie tend vers l'infini lorsque le prix limite $s_1 = (p_1,q_1)$ satisfait à $p_1 >> 0$, $q_{11} = 0$ et $q_{12} > 0$ (les composantes de la demande globale autres que la monnaie sont alors bornées du fait de la contrainte budgétaire de chaque consommateur). En particulier, une trappe à monnaie existe lorsque les prix monétaires des biens de consommation et celui d's rentes $1/r^k$ tendent vers l'infini à la même vitesse. Mais on ne peut plus affirmer l'existence de ce phénomène dès lors que $p_{1h} = 0$ pour un $h = 1,\dots,n$, ou $q_{12} = 0$. Ce serait en particulier le cas si les prix monétaires des biens de consommation restent finis quand r^k tend vers zero. A la vérité, il est facile d'imaginer des exemples dans ce cas tels que la demande globale de monnaie reste nulle le long de la suite s_1^k (Grandmont et Laroque (1976a)).

Par conséquent, si on interpréte la trappe à monnaie comme une propriété de la demande globale de monnaie, on trouve que ce phénomène se produit dans certains cas, mais pas dans d'autres. Il existe cependant une autre interprétation du concept de trappe à monnaie proposée par Patinkin (1965) qui permet d'en affirmer l'existence sans ambiguité dans le modèle ci-dessus. Pour chaque taux d'intérêt r sur les rentes, (1) garantit l'existence d'un ensemble de prix d'équilibre temporaire. Soit $\mu(r)$ l'ensemble des stocks totaux de monnaie détenus par les consommateurs à ces équilibres. Patinkin suggéra de concevoir la trappe à monnaie comme une propriété de la relation μ.

En vérité (voir Grandmont et Laroque (1976a) qu'on peut facilement adapter:

(2) Soit r^k une suite de taux d'intérêt positifs tendant vers zéro. Sous les hypothèses de (1), si $M^k \in \mu(r^k)$ est une suite associée de stocks totaux de monnaie d'équilibre, alors $\lim M^k = +\infty$.

Il faut remarquer que ce phénomène ne peut se produire dans ce modèle que pour des taux d'intérêt tendant vers zéro, puisque d'après (1), la banque peut fixer ce taux à un niveau aussi bas qu'elle le désire. Si on poursuit une suggestion faite par Younès (1972b), il est possible de modifier le modèle ci-dessus de façon à permettre au phénomène de se produire à un taux positif. Supposons que les consommateurs peuvent maintenant emprunter à la date 1 en émettant des rentes perpétuelles, c'est-à-dire, b_{12} peut être négatif. Il peut être alors profitable pour un consommateur de s'engager dans des opérations d'arbitrage sur le marché des rentes en émettant des rentes et en gardant tout ou partie du produit de cette vente sous forme de monnaie. En particulier, si un consommateur pense que le taux d'intérêt r_2 en deuxième période sera supérieur avec probabilité 1 à une valeur $\bar{r}_2 > 0$ qui est indépendante du système de prix courant, il désirera vendre une quantité illimitée de rentes si le taux d'intérêt en période 1 est suffisamment bas. Dans ce cas, la banque ne pourrait pas abaisser le taux d'intérêt sur les rentes à la date 1 au dessous d'une certaine valeur positive $\bar{r}_1$, et ceci entrainerait l'apparition d'une trappe à monnaie, au sens de (2) lorsque r_1 tend vers $\bar{r}_1$, par valeurs supérieures. Younès (1972b) a étudié un problème analogue dans le cadre d'un modèle comportant plusieurs périodes, mais sans banque. Il ne devrait pas être difficile de préciser l'argument que j'ai esquissé ici en utilisant les techniques de Green, telles que je les ai présentées dans la section 2.2.

L'exemple développé dans cette section démontre la puissance de la méthode de l'équilibre temporaire pour étudier certaines questions de théorie monétaire. Les progrès réalisés jusqu'ici ont été faits en étudiant des modèles simples comportant habituellement des agents ayant un horizon limité à la période suivante, quelques actifs financiers et une banque centrale. Il serait utile d'inclure des horizons moins limités, une plus grande variété

./.

d'actifs financiers, et des institutions financières telles que des banques commerciales. On pourra alors espérer étudier de façon précise des questions monétaires telles que la structure des taux d'intérêt ou la régulation de l'offre de monnaie par une banque centrale en présence de banques commerciales. Cette approche devrait être utile également pour étudier certains problèmes de théorie monétaire internationale (voir Grandmont et Kirman (1973) pour un premier pas). Enfin, il faudrait étudier avec plus de précision le rôle de la monnaie comme moyen d'échanges dans les modèles d'équilibre temporaire. Les seules tentatives effectuées dans cette direction l'ont été par Grandmont et Younès (1972)(1973) et par Hool (1974a),(1974b),(1974c), en introduisant une contrainte ad hoc sur les transactions du type de celle de Clower (1967), disant que la valeur des achats d'un agent au cours d'une période ne peut excéder son stock de monnaie initial plus un pourcentage fixe de la valeur de ses ventes au cours de la même période. Ces modèles permettent d'étudier l'interaction entre les fonctions de la monnaie en tant que réserve de valeur et moyen d'échange et, en particulier de reformuler de manière précise la Théorie des encaisses optimales comme dans Friedman (1969) (Grandmont et Younès (1973)). Hool (1974c) a montré qu'il était possible de garantir l'existence d'un équilibre comportant un prix positif de la monnaie au moyen d'hypothèses compatibles avec une élasticité unitaire des prévisions de prix. Tout ceci montre le besoin de travaux plus élaborés sur le rôle de la monnaie comme moyen d'échanges en utilisant des concepts moins rudimentaires, par exemple des technologies de transaction comme dans Hahn (1969), (1973a), Kurz (1974) et Starrett (1973).

3. EQUILIBRE TEMPORAIRE ET RATIONNEMENT QUANTITATIF.

La méthode de l'équilibre temporaire concurrentiel postule qu'à chaque période les prix sont assez flexibles pour réaliser l'équilibre de l'offre et de la demande au sens classique. Bien que cette approche permette d'étudier en principe certains phénomènes tels que la spéculation sur les marchés de capitaux, certains aspects de la théorie monétaire, les marchés boursiers, qui n'étaient pas pris en compte par la théorie traditionnelle de l'équilibre général, elle ne permet pas l'étude de phénomènes de "déséquilibre " tels que le sous-emploi Keynésien. A la suite des travaux de Clower (1965), Hicks (1965), Leijonhufvud (1968), Patinkin (1965), l'intérêt des chercheurs s'est récemment porté sur des modèles de "non tâtonnement" (Hahn et Negishi (1962)), qui permettent des échanges à des prix ne réalisant pas l'équilibre de l'offre et de la demande au sens classique et qui, par conséquent, fournissent une base micro-économique saine pour analyser formellement les phénomènes de "déséquilibre". La structure des récents modèles d'équilibre général de ce type est assez simple (Benassy (1973),(1974),(1975a),(1975b)), Drèze (1975), Grandmont et Laroque (1976b), Younès (1970),(1975)). Au début de chaque période, les prix sont affichés par des agents appartenant au système économique, disons par les vendeurs, au vu de leurs observations passées et de leurs anticipations concernant l'état de l'économie dans les périodes actuelle et futures. Une fois que ces prix sont affichés, ils ne peuvent être modifiés au cours de la période. A ces prix, les demandes et les offres exprimées ex ante par les agents peuvent être incompatibles. Dans ce cas, l'équilibre ex post au cours de la période est obtenu au moyen de rationnements quantitatifs. Une fois cet équilibre établi, les échanges ont lieu, et les prix peuvent être alors révisés au début de la période suivante, au vu de l'information générée par les échanges de la période courante.

Il s'avère que ces modèles sont d'excellents outils pour analyser certaines questions qui étaient traditionnellement de domaine exclusif de la théorie macroéconomique. En particulier, il est possible d'obtenir un équilibre temporaire comportant un excès d'offre tant sur le marché du produit des entreprises que sur celui du travail (sous emploi de type Keynésien). Mais ces modèles sont capables d'engendrer aussi bien d'autres situations, où par exemple, il existe à la fois un excès de demande pour le produit des entreprises et un excès d'offre sur le marché du travail (stagflation) (Barro et Grossman (1971), Benassy (1973), Grandmont et Laroque (1976b), Negishi (1974), Malinvaud et Younès (1975)).

Dans la suite, je me consacrerai à la discussion des deux modèles de base couramment utilisés dans ce domaine (Drèze (1975), et Benassy (1973)). Pour des exemples appliquant ces modèles à l'étude de quelques questions de théorie macroéconomique, le lecteur pourra se reporter à la littérature citée ci-dessus, ainsi qu'à l'excellente monographie de Malinvaud sur le sujet (1976).

3.1. Equilibre de Marché avec Rationnement Quantitatif.

Considérons une économie à une date donnée. Il y a $\ell+1$ biens à échanger, $h = 0,1,\ldots,\ell$, le bien 0 étant de la monnaie. Les prix affichés en début de période sont décrits par un vecteur p dans l'intérieur du simplexe $\Delta^{\ell+1}$ de $R_+^{\ell+1}$. Il y a m agents, $i = 1,\ldots,m$. L'ensemble des échanges nets possibles pour l'agent i est représenté par Z^i, un sous-ensemble de $R^{\ell+1}$. La transaction finale z de l'agent i doit appartenir à Z^i et satisfaire à la contrainte budgétaire $p.z = 0$.

En sus du système de prix, un agent perçoit dans le cas de chaque bien h autre que la monnaie des contraintes quantitatives $\underline{z}_h^i \leq 0$ et $\bar{z}_h^i \geq 0$ imposant des bornes inférieures et supérieures au montant qu'il peut échanger. Une hypothèse importante du modèle est qu'aucune contrainte n'est perçue dans le cas du bien 0. Une raison de faire cette hypothèse est d'éviter des équilibres ne comportant aucun échange ainsi que nous le verrons plus loin. Une interprétation particulière du modèle est qu'il y a ℓ marchés séparés, un pour chaque bien h autre que la monnaie, où les agents peuvent échanger du bien h contre de la monnaie aux prix existants. Bien que ces marchés soient séparés, les agents échangent simultanément sur tous à la fois. Pour chaque $h \neq 0$, soit t(h) la transaction élémentaire décrivant un échange d'une unité de bien h contre $-(p_h/p_0)$ unités de monnaie : t(h) est un vecteur de $R^{\ell+1}$ satisfaisant à $t_0(h) = -(p_h/p_0)$, $t_h(h) = 1$ et $t_k(h) = 0$ pour $k \neq 0,h$. Alors chaque transaction telle que $p.z = 0$ peut être écrite $z = \sum_{h=1}^{\ell} z_h\, t(h)$, et réciproquement. Dans cette interprétation, on peut concevoir z_h comme l'intensité de la transaction de bien h contre de la monnaie, et les contraintes $\underline{z}_h^i$ et $\bar{z}_h^i$ peuvent être interprétées comme des contraintes sur ces intensités. Le bien 0 joue alors le rôle d'un moyen d'échange comme les dépôts à vue, et on peut imaginer que les paiements sur chaque marché sont faits au moyen de chèques ou d'une carte de crédit. L'encaisse monétaire finale d'un agent doit alors satisfaire certaines contraintes données à priori décrites par la donnée de l'ensemble réalisable Z^i. Bien que cette interprétation particulière soit suggestive et contienne vraisemblablement une part importante de vérité, elle n'est pas rigoureusement nécessaire aux modèles que je vais décrire. Le choix d'un bien particulier pour lequel aucune contrainte n'est perçue, cependant, influence de façon évidente l'allocation qui sera obtenue en définitive.

Je présente en premier lieu le modèle de Drèze (1975). Soit $s^i = (p.\underline{z}^i\ ,\ \bar{z}^i)$ le signal perçu par l'agent i où $\underline{z}^i \in R_-^\ell$ et $\bar{z}^i \in R_+^\ell$. Etant donné ce signal, chaque agent exprime sa demande excédentaire contrainte, décrite par un sous-ensemble $\zeta(s^i)$ de Z^i. Celle-ci sera en général le résultat de la maximisation des préférences de l'agent sur l'ensemble des échanges nets $z \in Z^i$ satisfaisant à la contrainte budgétaire $p.z = 0$ et aux contraintes quantitatives $\underline{z}_h^i \leqq z_h \leqq \bar{z}_h^i$, $h \neq 0$. Elle aura en général la propriété : pour chaque bien $h \neq 0$ et chaque z dans $\zeta(s^i)$, alors $z_h \leqq 0$ lorsque $\bar{z}_h^i = 0$ et $z_h \geqq 0$ lorsque $\underline{z}_h^i = 0$. Finalement, les préférences de l'agent seront décrites par une espérance d'utilité $v^i(z,s^i)$ dérivée par une technique de programmation dynamique comme dans la section 1. Elle dépend en général du signal perçu par son influence sur les anticipations de l'agent.

Un équilibre avec rationnement quantitatif est un ensemble de signaux $s = (s^i)$ et d'échanges nets $z^i \in \zeta^i(s^i)$ tels que :

(α) $\sum_{i=1}^{m} z^i = 0$

(β) pour chaque $h \neq 0$, $z_h^i = \bar{z}_h^i$ pour un i entraine $z_h^j > \underline{z}_h^j$ pour tout j ;

et $z_h^i = \underline{z}_h^i$ pour un i entraine $z_h^j < \bar{z}_h^j$ pour tout j.

Cette dernière condition veut dire que seul un côté du marché pour le bien h peut être contraint et est très naturelle. Il faut remarquer que l'allocation ne comportant aucun échange ($z^i = 0$) satisferait toujours ces conditions

./.

si j'avais permis des contraintes $\underline{z}_0^i$ et $\bar{z}_0^i$ sur le bien 0 : il suffirait de poser $\bar{z}_0^i = 0$ et $\bar{z}_h^i = 0$ pour tout h et tout i. C'est une des raisons pour supposer l'absence de telles contraintes.

A un équilibre de Drèze, un agent est contraint sur le marché h si on peut améliorer sa situation en relâchant les contraintes quantitatives associées à ce bien, c'est-à-dire s'il existe z dans l'ensemble $\gamma_h^i = \{z \in Z^i | p.z=0$ et $\underline{z}_k^i \leqq z_k \leqq \bar{z}_k^i$, $k \neq 0,h\}$ tel que $v^i(z,s^i) > v^i(z^i,s^i)$. Alors la condition β entraine que tous les agents qui sont contraints sur le marché h appartiennent au même côté du marché, c'est-à-dire, leurs échanges finals ont le même signe. S'ils sont tous non négatifs, par exemple, alors tous ces agents voudraient acheter plus du bien h qu'ils ne le font : il y a une demande excédentaire pour ce bien.

<u>Lemme 1</u> : <u>Supposons</u>

(1) <u>chaque correspondance ζ^i est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes et satisfait la loi de Walras</u>, p.z = 0 <u>pour tout</u> z <u>dans</u> $\zeta^i(s^i)$;

(2) <u>pour tout</u> $h \neq 0$ <u>et tout</u> z <u>dans</u> $\zeta^i(s^i)$, <u>alors</u> $z_h \leqq 0$ <u>lorsque</u> $\bar{z}_h^i = 0$ <u>et</u> $z_h \geqq 0$ <u>lorsque</u> $\underline{z}_h^i = 0$;

(3) <u>l'ensemble des échanges nets réalisables</u> $\{z | \ z = (z^i) \in \prod_i Z^i \ , \ \sum_{i=1} z^i = 0\}$ <u>est borné</u>.

<u>Alors, il existe un équilibre avec rationnement quantitatif.</u>

La démonstration de ce résultat est reportée en annexe. Le type d'ajustement intervenant dans cette économie est clair. Un "commissaire-priseur" annonce des contraintes quantitatives $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$. En réponse à ces contraintes, les agents envoient des ensembles de demandes excédentaires contraintes $\zeta^i(s^i)$. Si le commissaire-priseur enregistre par exemple une demande excédentaire pour un bien, il diminue les bornes supérieures $\bar{z}_h^i$ imposées aux choix des agents. Tout point fixe de ce tâtonnement portant sur les quantités est un équilibre au sens de Drèze.

La définition ci-dessus d'un équilibre ne spécifie pas comment les rationnements sont répartis entre les agents. Par suite, il y aura beaucoup d'équilibres (un continuum en général). Afin d'obtenir une théorie plus spécifique, il est naturel d'imposer un schéma de rationnement particulier. Il est possible de modifier la définition ci-dessus d'un équilibre et la démonstration du Lemme 1 afin de prendre en compte certains schémas de rationnement. Par exemple, un rationnement uniforme exige que toutes les contraintes $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$ ne dépendent pas de l'agent (Drèze (1975)). Il est également facile de considérer le cas où le rationnement sur un marché intervient selon un ordre donné à priori (queue). Je pense en fait que tout principe de rationnement qui peut être décrit indépendamment des demandes excédentaires des agents peut être traité sans problèmes à l'aide du modèle de Drèze. Le cas où le rationnement dépend d' offres d'échanges exprimées par les agents qui pourraient violer les contraintes $\underline{z}_h^i \leqq z_h \leqq \bar{z}_h^i$, $h \neq 0$, comme dans le cas du rationnement proportionnel, ne peut être traité dans le cadre du modèle de Drèze, puisque ce dernier ne considère pas de telles offres d'échanges.

Je vais décrire maintenant un autre modèle d'équilibre avec rationnement, dû à Benassy (1973), qui permet de prendre en compte de tels schémas de rationnement. Son modèle est une généralisation de Barro et Grossman (1971), et de Grossman (1971). Au lieu de supposer comme Drèze que les agents envoient au marché leurs demandes contraintes, il postule que ceux-ci envoient des offres d'échanges pouvant violer les contraintes quantitatives qu'ils perçoivent. Ces offres d'échanges déterminent à leur tour les transactions finales des agents au moyen d'un schéma de rationnement. Les agents formulent alors de nouvelles offres. Un équilibre est défini par Benassy comme un point fixe de ce processus dans l'espace des offres d'échanges.

Plus précisément, supposons que l'agent i a envoyé au marché une offre d'échanges $\tilde{z}^i \in R^\ell$ décrivant sa demande excédentaire pour chaque bien $h \neq 0$. Aucune offre d'échanges n'est faite dans le cas de la monnaie : ceci correspond à l'idée que j'ai déjà mentionnée que la monnaie est utilisée comme un moyen d'échange. Soit $\tilde{z} \in R^{\ell m}$ le vecteur de toutes les offres d'échanges faites par les agents. Ces offres peuvent être incompatibles, c'est-à-dire $\sum_{i=1}^{m} \tilde{z}^i$ peut être différent de zéro. Benassy suppose qu'il existe un schéma de rationnement associant à chaque $\tilde{z}$ une transaction ex post $z_h^i = F_h^i(\tilde{z})$ pour chaque agent et chaque bien $h \neq 0$. Ce schéma de rationnement doit satisfaire les conditions suivantes pour chaque $z \in R^{\ell m}$ et chaque $h \neq 0$:

a. $\sum_{i=1}^{m} F_h^i(\tilde{z}) = 0$;

b. $z_h^i \tilde{z}_h^i \geqq 0$ et $|z_h^i| \leqq |\tilde{z}_h^i|$, ce qui signifie que le signe de la transaction d'un agent ne peut être renversé, et que personne ne peut être forcé d'échanger plus qu'il ne le désire ;

c. les agents du côté "court" du marché réalisent leur plan, c'est-à-dire $\tilde{z}_h^i(\sum_{i=1}^{m} \tilde{z}_h^i) \leqq 0$ entraine $z_h^i = \tilde{z}_h^i$. Cette condition est très proche de (β) de la définition d'un équilibre à la Drèze.

Les transactions finales z_h^i , $h \neq 0$, déterminent la transaction z_0^i de l'agent en monnaie par $p_0 z_0^i = - \sum_{h=1}^{\ell} p_h z_h^i$. Ceci donne un échange ex post $z^i \in R^{\ell+1}$ qui satisfait à $p.z^i = 0$ et est une fonction de z seulement. Remarquons que z^i peut être irréalisable, c'est-à-dire on peut avoir $z^i \notin Z^i$. Je reviendrai sur ce point plus tard.

En comparant son offre initiale et sa transaction ex post, un agent perçoit des contraintes quantitatives subjectives $\underline{z}^i \in R^\ell$ and $\bar{z}^i \in R^\ell$ sur ses échanges de bien $h \neq 0$, comme dans le modèle de Drèze. Ces contraintes perçues peuvent être également influencées par l'information de l'agent concernant les offres des autres agents. Comme cette information est fonction de $\tilde{z}$ seulement, j'écrirai $\underline{z}^i = \underline{G}^i(\tilde{z}) \leqq 0$ et $\bar{z}^i = \bar{G}^i(\tilde{z}) \geqq 0$. Les fonctions $\underline{G}^i$ et $\bar{G}^i$ sont des données du problème et satisfont par hypothèse pour tout $h \neq 0$ et $\tilde{z} \in R^{\ell m}$,

d. $\underline{G}_h^i(\tilde{z}) \leqq z_h^i \leqq \bar{G}_h^i(\tilde{z})$;

e. $\tilde{z}_h^i > z_h^i$ entraine $\bar{G}_h^i(\tilde{z}) = z_h^i$, et $z_h^i > \tilde{z}_h^i$ entraine $\underline{G}_h^i = z_h^i$.

Dans le cas où $\tilde{z}_h^i > z_h^i$, par exemple, z_h^i doit être non négatif d'après la condition b. Il est alors naturel de supposer que l'agent perçoit qu'il ne peut acheter plus que z_h^i du bien h. D'autres conditions furent imposées par Benassy, mais je n'en aurai pas besoin dans la suite.

./.

Je décris maintenant l'hypothèse de base du modèle de Benassy. A la suite de Barro et Grossman, il suppose que la demande d'un agent sur un marché $h \neq 0$ est le résultat de la maximisation de ses préférences sans tenir compte des contraintes correspondant à ce bien. Plus précisément, étant donné les signaux reçus par l'agent au cours de la période, qui sont fonction de $\tilde{z}$ seulement, les préférences de l'agent sont représentées par une espérance d'utilité $v^i(z,\tilde{z})$ définie sur Z^i qui peut être dérivée par une technique de programmation dynamique comme dans la section 1. Pour tout $h \neq 0$, considérons la hième composante des échanges nets qui maximise v^i par rapport à z dans l'ensemble $\gamma_h^i = \{z \in Z^i \mid p.z = 0 \text{ et } \underline{z}_k^i \leqq z_k \leqq \bar{z}_k^i \ , \ k \neq 0\}$. Ceci donne un sous-ensemble de la droite réelle $\tilde{\zeta}_h^i(\tilde{z})$. L'opération est répétée pour chaque $h \neq 0$ et l'ensemble $\tilde{\zeta}^i(\tilde{z})$ des offres de l'agent i est le produit de tous les $\tilde{\zeta}_h^i(\tilde{z})$. Le produit de tous les $\tilde{\zeta}^i(\tilde{z})$, $i = 1,\dots,m$, est noté $\tilde{\zeta}(\tilde{z})$. Alors, Benassy définit un équilibre comme un point $\tilde{z}$ dans $R^{\ell m}$ tel que $\tilde{z} \in \tilde{\zeta}(\tilde{z})$.

Lemme 2 : Supposons

(1) Z^i est fermé, convexe, borné inférieurement et $0 \in Z^i$;

(2) les fonctions F_h^i , $\underline{G}^i$ et $\bar{G}^i$ sont continues ;

(3) l'espérance d'utilité v^i est continue en z et $\tilde{z}$, et quasi-concave en z.

Alors, il existe un équilibre au sens de Benassy.

La démonstration de ce résultat est facile. Sous les hypothèses énoncées, la correspondance $\tilde{\zeta}$ a des valeurs compactes et convexes, est semi-continue supérieure, et ses valeurs sont contenues dans un sous-ensemble compact, convexe de $R^{\ell m}$. La restriction de $\tilde{\zeta}$ à cet ensemble possède évidemment un point fixe.

Un équilibre, s'il existe, doit satisfaire certaines conditions. Tout équilibre $\tilde{z}$ détermine des contraintes perçues $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$, et un échange ex post satisfaisant à $p.z^i = 0$. Une exigence naturelle est que z^i soit réalisable, $z^i \in Z^i$, et de plus que z^i maximise v^i par rapport à z dans l'ensemble $\gamma^i = \{z \in Z^i \mid p.z = 0, \ \underline{z}_h^i \leqq z_h \leqq \bar{z}_h^i \ , \ h \neq 0\}$. La définition proposée jusqu'ici ne garantit aucune de ces propriétés. Ceci est dû au fait que les offres des agents sont formulées dans le modèle indépendamment sur chaque marché et sans tenir compte de leurs conséquences (transactions finales). Si ces deux exigences, spécialement la première, n'étaient pas satisfaites, il est vraisemblable que les agents changeraient leur façon de formuler leurs offres d'échanges. Vérifier si ces deux conditions sont satisfaites à l'équilibre constitue donc un test de la cohérence logique du modèle. En fait, ces conditions sont vérifiées lorsque les v^i sont strictement quasi-concaves en z, mais ce peut ne pas être le cas dans le cas contraire.

<u>Lemme 3</u> : <u>Sous les hypothèses du Lemme 2, et à l'équilibre au sens de Benassy $\tilde{z}$, les transactions finales z^i appartiennent à Z^i et maximisent v^i par rapport à z sur l'ensemble γ^i lorsque v^i est strictement quasi-concave en z pour chaque i.</u>

L'exemple suivant montre que lorsque les v^i ne sont pas strictement quasi-concaves, z^i peut ne pas appartenir à Z^i. Supposons qu'il y a 3 biens (ℓ=2), 2 agents i et j et que tous les prix sont égaux. Supposons que l'ensemble réalisable de l'agent i est $Z^i = \{z | z + w^i \geqq 0\}$ où la dotation de monnaie w_0^i est telle que $1 \leqq w_0^i < 2$, et que l'ensemble des échanges qui maximisent ses préférences dans l'ensemble des $z \in Z^i$ tel que $p.z = 0$ contient les deux points (-1,1,0) et (-1,0,1). Supposons que l'autre agent désire précisément vendre une unité de chaque bien 1 et 2. Un "équilibre" possible au sens de Benassy serait une situation où l'agent i offre d'acheter une unité de chaque bien 1 et 2, mais il ne peut pas se le permettre ! Ceci montre que certains équilibres au sens de Benassy peuvent ne pas être acceptables lorsque les v^i ne sont pas strictement quasi-concaves. Cependant, je pense que l'on peut montrer que sous les hypothèses du Lemme 2 il existe au moins un équilibre au sens de Benassy tel que $z^i \in Z^i$ et z^i maximise v^i sur γ^i (on peut approximer chaque v^i par une suite de fonctions qui sont strictement quasi-concaves en z, appliquer le Lemme 2 pour chaque élément de cette suite et passer à la limite).

Le trait le plus intéressant du modèle de Benassy est le fait qu'il peut prendre en compte des schémas de rationnement généraux, ce dont le modèle de Drèze est incapable au moins dans sa formulation présente. Le point faible est bien sûr la façon dont les agents expriment leurs offres d'échanges, qui n'est justifiée par aucune théorie satisfaisante. Ces offres sont faites indépendamment sur chaque marché sans qu'il soit tenu compte de leurs conséquences sur les transactions finales. J'ai déjà mentionné que ceci peut conduire à des incohérences dans certains cas. En tout cas, puisque les offres d'échanges d'un agent $\tilde{z}^i$ ne peuvent en général pas être financées simultanément, elles ne peuvent pas être utilisées comme une mesure fiable de la taille du déséquilibre ainsi que cela est trop souvent fait dans certaines études de la dynamique de tels modèles. Ces remarques font apparaître le besoin d'une théorie plus satisfaisante expliquant la façon dont les agents formulent leurs offres d'échanges en présence de contraintes quantitatives sur leurs transactions.

Une telle théorie devrait clarifier les raisons pour lesquelles les agents exprimeraient des offres d'échanges violant les contraintes perçues $\underline{z}^i_h \leq z_h \leq \bar{z}^i_h$, $h \neq 0$. La seule raison que je trouve valable est que les agents ont une information au moins partielle concernant le processus de rationnement et qu'ils essaient d'influencer le résultat final en variant leurs offres ou demandes. Dans le cas de schémas de rationnement non manipulables, comme le rationnement uniforme ou la queue, les agents n'ont pas d'incitation à agir ainsi et le modèle de Drèze parait satisfaisant. A ma connaissance, une formulation précise de ces problèmes n'a pas encore été faite.

On se trouve apparemment devant le dilemme suivant : le modèle de Drèze ne contient aucun échange d'information parmi les agents concernant la taille des déséquilibres. Dans le modèle de Benassy, un tel échange d'information existe sous la forme d'offres d'échanges $\tilde{z}^i$. Mais nous avons vu que ces offres d'échanges ne constituaient pas des mesures fiables de la taille des déséquilibres. Par suite, on peut penser que les agents qui contrôlent les prix, possédant une information insuffisante, ne sauront pas s'ils doivent réviser ceux-ci à la période suivante et de combien.Le problème est important pour toute étude dynamique du modèle, où les changements de prix viennent à jouer. Mais la situation n'est pas aussi mauvaise qu'elle le paraît, car le modèle peut être modifié et appliqué à des situations où existe une information fiable sur la taille du déséquilibre. Tel quel, le concept d'équilibre nous dit qui sont les agents qui sont contraints sur le marché h. On peut supposer que cette information est au moins partiellement disponible pour les agents. Dans ce cas, ceux-ci savent qu'il existe un déséquilibre sur un marché et connaissent le nombre d'agents qui sont contraints sur ce marché. De manière plus importante, les agents ont une information partielle sur la taille du déséquilibre dans ces modèles s'ils connaissent les transactions finales des autres agents et si l'on interpréte certains marchés comme des marchés à terme. En vérité, dans bien des cas un acheteur qui ne peut obtenir un bien dans la période courante fera une commande afin d'obtenir le même bien à une date ultérieure, spécifiée ou non. S'il effectue un paiement, ceci peut être interprété comme un contrat à terme d'un type spécial (ou une paire de contrats à terme : un achat du bien par l'acheteur avec paiement complet dans la période courante, et un prêt du vendeur à l'acheteur). Dans ce cas, les vendeurs peuvent connaître la taille de la demande excédentaire pour un bien donné à partir de la taille du montant des achats sur le marché à terme correspondant. D'autres indicateurs pertinents sont le niveau des stocks dans le cas de biens durables, des invendus dans le cas contraire. Dans le cas du marché du travail, où des marchés à terme n'existent en général pas, il est naturel de supposer qu'un agent, le Gouvernement, verse des indemnités de chômage, ce qui engendre de l'information concernant la taille du sous-emploi. A la lumière de cette information, les agents prévoieraient les offres et demandes pour les périodes futures et réviseraient en conséquence les prix qu'ils contrôlent à la période suivante. Ceci semble une manière réaliste de modéliser les flux d'information qui apparaissent réellement dans nos économies. Un projet de recherche difficile mais prometteur serait de construire un modèle dans cet esprit et d'en étudier la dynamique. Je crois qu'un tel modèle pourrait fournir une base microéconomique saine à la théorie macroéconomique.

3.2. Note bibliographique.

Les premières études formelles de l'existence d'un équilibre général avec rationnement quantitatif sont dues à Benassy (1973), (1975a), Drèze (1975), Glustoff (1968) et Younès (1970),(1975). La présentation faite dans cette section est une adaptation de Drèze, qui a considéré le cas plus général où les prix monétaires peuvent varier entre certaines bornes, et de Benassy. Younès étudie les propriétés d'efficacité d'un équilibre avec rationnement quantitatif et les relie au rôle de la monnaie dans le processus d'échanges, une question qui a été soulignée par Clower et Leijonhufvud. Ce problème a été analysé en outre par Benassy (1975b), Malinvaud et Younès (1974),(1975). Une analyse de ce type d'équilibre au moyen de la théorie des jeux peut être trouvée dans Grandmont, Laroque et Younès (1975).

Ces modèles ont été utilisés afin d'étudier la théorie du sous-emploi Keynésien et/ou la fixation monopolistique des prix par Benassy (1973),(1974), Negishi (1974), Iwai (1974a),(1974b), Grandmont et Laroque (1974). Pour une application systématique de ce type de modèles à l'analyse de la théorie macro-économique, le lecteur pourra consulter l'ouvrage en préparation de Barro et Grossman, ainsi que la monographie de Malinvaud (1976).

ANNEXE

J'ai rassemblé ici les énoncés et les démonstrations des résultats relatifs à "la loi de l'offre et de la demande" (Section 2.1.) et à l'existence d'un équilibre avec rationnement au sens de Drèze (Lemme 1 de la section 3.1.), afin de montrer la dualité et l'unité entre ces deux approches.

Equilibre de marché par les prix.

Lemme A : Soit D un ouvert convexe du simplexe unitaire de R^{ℓ}_{+}. Soit $\zeta : D \to R^{\ell}$ une correspondance semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes satisfaisant à la loi de Walras, $p.z = 0$ pour tout $z \in \zeta(p)$. Supposons

(B) Pour toute suite p^k dans D tendant vers un point de la frontière de D, et toute suite $z^k \in \zeta(p^k)$, il existe $\bar{p}$ dans D tel que $\bar{p}.z^k > 0$ pour une infinité de k.

Alors, il existe p^* dans D tel que $0 \in \zeta(p^*)$.

La démonstration de ce lemme est une modification marginale de Debreu (1959). Soit une suite croissante de sous-ensembles compacts convexes D^k de D telle que D est contenu dans l'union des D^k. Pour chaque k, il existe un ensemble compact et convexe Z^k contenant $\zeta(p)$ pour tout p dans D^k. Pour chaque z dans Z^k, soit $\mu^k(z)$ l'ensemble des éléments de D^k qui maximisent p.z. A chaque paire (p,z) de $D^k \times Z^k$, on associe l'ensemble $\mu^k(z) \times \zeta(p)$. Cette correspondance a un point fixe. C'est-à-dire, il existe p^k dans D^k et $z^k \in \zeta(p^k)$ tels que

$$0 = p^k . z^k \geqq p.z^k \quad , \text{ pour tout } p \text{ dans } D^k.$$

La suite p^k ne peut avoir de point d'accumulation dans la frontière de D, sinon on pourrait contredire (B). Par suite, il existe une sous suite (même notation) telle que p^k converge vers $p^* \in D$ et telle que z^k tend vers $z^* \in \zeta(p^*)$. Par continuité, $p.z^* \leqq 0$ pour tout p dans D. Comme D est ouvert, ceci entraîne $z^* = 0$, ce qui complète la démonstration.

./.

Equilibre de marché par rationnement quantitatif.

Je reproduis tout d'abord l'énoncé du Lemme 1 de la Section 3.1.

Lemme B. Supposons

(1) Chaque correspondance ζ^i est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes, et satisfait à la loi de Walras, $p.z = 0$ pour tout z dans $\zeta^i(s^i)$;

(2) pour chaque $h \neq 0$, et tout z dans $\zeta^i(s^i)$, alors $\bar{z}_h^i = 0$ entraîne $z_h \leqq 0$, et $\underline{z}_h^i = 0$ entraîne $z_h \geqq 0$. ;

(3) l'ensemble des états réalisables $\{z \mid z = (z^i) \in \prod_i Z^i, \sum_{i=1}^m z^i = 0\}$ est borné.

Alors, il existe un équilibre avec rationnement quantitatif.

L'idée centrale de la démonstration est due à Drèze (1975). Soit $\varepsilon > 0$ et soit Q l'ensemble auxiliaire $Q = \{q \in R^{\ell+1} \mid q_0 = 1, -\varepsilon \leqq q_h \leqq \varepsilon, h \neq 0\}$. Soit λ un nombre réel assez grand pour que l'on ait $|z_h^i| < \lambda$ pour tout i et tout h, pour toute collection (z^i) dans l'ensemble des états réalisables. Pour chaque i, et tout $h \neq 0$, considérons deux fonctions à valeurs réelles $\underline{z}_h^i(.)$ et $\bar{z}_h^i(.)$ définies sur Q, continues, non décroissantes, satisfaisant à :

$\underline{z}_h^i(q) = -\lambda$ pour $q_h \geqq 0$ et $\underline{z}_h^i(q) = 0$ si $q_h = -\varepsilon$;

$\bar{z}_h^i(q) = \lambda$ pour $q_h \leqq 0$ et $\bar{z}_h^i(q) = 0$ si $q_h = +\varepsilon$.

Ceci définit pour tout q dans Q un signal $s^i(q)$, et par suite une correspondance $\zeta : Q \to R^{\ell+1}$ par $\zeta(q) = \sum_{i=1}^m \zeta^i(s^i(q))$. Il est clair que tout vecteur q de Q tel que $0 \in \zeta(q)$ détermine un équilibre avec rationnement quantitatif. Réciproquement, tout équilibre de ce type peut être obtenu ainsi par un choix approprié des fonctions $\underline{z}_h^i(.)$ et $\bar{z}_h^i(.)$.

La correspondance ζ est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes. Par conséquent, il existe un sous-ensemble compact, convexe Z de $R^{\ell+1}$ contenant $\zeta(q)$ pour tout q. A chaque (q,z) dans $Q \times Z$, on associe l'ensemble

./.

$\mu(z) \times \zeta(q)$, où $\mu(z)$ est l'ensemble des éléments q^* de Q qui maximisent $q.z$. Cette correspondance a un point fixe : il existe $q^* \in Q$ et $z^* \in \zeta(q^*)$ tels que $q^*.z^* \geqq q.z^*$, pour tout q dans Q. Si pour un $h \neq 0$, on avait $z_h^* > 0$, ceci voudrait dire $q_h^* = + \varepsilon$, par conséquent $\bar{z}_h^i(q^*) = 0$, auquel cas $z_h^* \leqq 0$ d'après l'hypothèse (2). Un raisonnement identique montre qu'on ne peut avoir $z_h^* < 0$ pour un $h \neq 0$. Donc, $z_h^* = 0$ pour tout $h \neq 0$, ce qui entraîne $z^* = 0$ par la loi de Walras. La démonstration est complète.

4. BIBLIOGRAPHIE.

Arrow, K. et F.H. Hahn (1971), General Competitive Analysis, Holden-Day.

Balch, M., D. McFadden et S.W. Yu (Eds.) (1974), Essays on Economic Behaviour under Uncertainty, Contributions to Economic Analysis, North-Holland.

Barro, R.J. et H.I. Grossman (1971), "A General Disequilibrium Model of Income and Employment", American Economic Review.

Benassy, J.P. (1973), "Disequilibrium Theory", Unpublished Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley.

Benassy, J.P. (1974), "The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium", CEPREMAP, à paraître dans Review of Economic Studies.

Benassy, J.P. (1975a), "Neo-Keynesian Disequilibrium in a Monetary Economy", Review of Economic Studies.

Benassy, J.P. (1975b), "Disequilibrium Exchange in Barter and Monetary Economies", Economic Inquiry.

Bliss, C.J. (1974), "Capital Theory in the Short Run", Department of Economics, University of Essex.

Chetty, V.K. and D. Dasgupta (1975), "Temporary Competitive Equilibrium in a Large Monetary Economy with Uncertain Technology and Many Planning Periods", Indian Statistical Institute, Delhi Center.

Christiansen, D.S. (1974), "Some Aspects of the Theory of Short Run Equilibrium", Unpublished Ph.D. Dissertation, Department of Economics, Stanford University.

Christiansen, D.S. (1975), "Temporary Equilibrium : A Stochastic Dynamic Programming Approach", Discussion Paper, Department of Economics, University of Rochester.

Christiansen, D.S. et M. Majumdar (1974), "On Shifting Temporary Equilibrium", Department of Economics, Cornell University.

Clower, R.W. (1965), "The Keynesian Counterrevolution : A Theoretical Appraisal", in Hahn and Brechling (Eds.).

Clower, R.W. (1967), "A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory", Western Economic Journal.

Debreu, G. (1956), "Market Equilibrium", Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.

Debreu, G. (1959), Theory of Value, Wiley and Sons.

Delbaen, F. (1974), "Continuity of Expected Utility", in J. Drèze (Ed.) (1974b).

Diewert, W.E. (1972), "Walras' Theory of Capital Formation and the Existence of a Temporary Equilibrium", Institute of Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University.

./.

Drandakis, E.M. (1966), "On the Competitive Equilibrium in a Monetary Economy", International Economic Review.

Drèze, J. (1975), "Existence of an Equilibrium under Price Rigidity and Quantity Rationing", International Economic Review.

Drèze, J. (1974a), "Investment under Private Ownership : Optimality, Equilibrium and Stability", in J. Drèze (Ed.) (1974b).

Drèze, J. (Ed.) (1974b), Allocation under Uncertainty, Equilibrium and Optimality, McMillan, Proceedings of an I.E.A. Workshop in Economic Theory (Bergen, Norway (1971)).

Fitzroy, F.R. (1973), "A Framework for Temporary Equilibrium", Alfred Weber Institute, University of Heidelberg.

Friedman, M. (1969), The Optimum Quantity of Money and Other Essays, Aldine, Chicago.

Fuchs, G. (1975), "Asymptotic Stability of Stationary Temporary Equilibria and Changes in Expectations", Laboratoire d'Econométrie, Ecole Polytechnique, Paris.

Fuchs, G. et G. Laroque (1975), "Dynamics of Temporary Equilibria and Expectations", Laboratoire d'Econométrie, Ecole Polytechnique, Paris.

Gale, David (1973), Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models", Journal of Economic Theory.

Gale, Douglas (1975a), "Rational Expectations and the Rate of Return", Christ's College, Cambridge, England.

Gale, Douglas (1975b), "Keynesian Equilibrium and the Theory of Income Constrained Processes", Christ's College, Cambridge, England.

Glustoff, E. (1968), "On the Existence of a Keynesian Equilibrium", Review of Economic Studies.

Grandmont, J.M. (1970), "On the Temporary Competitive Equilibrium", Unpublished Ph.D.Dissertation, CRMS Working Paper, University of California, Berkeley.

Grandmont, J.M. (1972), "Continuity Properties of a Von Neumann-Morgenstern Utility", Journal of Economic Theory.

Grandmont, J.M. (1974), "On the Short Run Equilibrium in a Monetary Economy", CEPREMAP, Paris, in Drèze (1974b).

Grandmont, J.M. et W. Hildenbrand (1974), "Stochastic Processes of Temporary Equilibria", Journal of Mathematical Economics.

Grandmont, J.M. et A.P. Kirman (1973), "Foreign Exchange Markets : A Temporary Equilibrium Approach", CORE D.P.

Grandmont, J.M. et G. Laroque (1973), "Money in the Pure Consumption Loan Model", Journal of Economic Theory.

./.

Grandmont, J.M. et G. Laroque (1975), "On Money and Banking", Review of Economic Studies.

Grandmont, J.M. et G. Laroque (1976a), "On the Liquidity Trap", CORE D.P., Econometrica.

Grandmont, J.M. and G. Laroque (1976b), "On Keynesian Temporary Equilibria", Review of Economic Studies.

Grandmont, J.M., G. Laroque et Y. Younès (1975), "Disequilibrium Allocations and Recontracting", IMSSS Technical Report, Stanford University.

Grandmont, J.M. et Y. Younès (1972), "On the Role of Money and the Existence of a Monetary Equilibrium", Review of Economic Studies.

Grandmont, J.M. et Y. Younès (1973), "On the Efficiency of a Monetary Equilibrium", Review of Economic Studies.

Green, J.R. (1971), "A Simple General Equilibrium Model of the Term Structure of Interest Rates", Harvard Discussion Paper n° 183.

Green, J.R. (1973), "Temporary General Equilibrium in a Sequential Trading Model with Spot and Future Transactions", Econometrica.

Green, J.R. (1974), "Preexisting Contacts and Temporary General Equilibrium", in Balch, M.D., McFadden and S. Wu (Eds.).

Grossman, H.I. (1971), "Money, Interest and Prices in Market Disequilibrium", Journal of Political Economy.

Hahn, F.H. (1965), "On some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy", in Hahn and Brechling (Eds.) (1965).

Hahn, F.H. (1971), "Equilibrium with Transaction Costs", Econometrica.

Hahn, F.H. (1973a), "On Transaction Costs, Inessential Sequence Economies and Money", Review of Economic Studies.

Hahn, F.H. (1973b), On the Notion of Equilibrium in Economics, Cambridge University Press.

Hahn, F.H. et Brechling (Eds.), (1965), The Theory of Interest Rates, McMillan.

Hahn, F.H. et T. Negishi (1962)," A Theorem on Non Tâtonnement Stability", Econometrica.

Hart, O.D. (1974), "On the Existence of Equilibrium in a Securities Model", Journal of Economic Theory.

Helpman, E. et J.J. Laffont (1975), "On Morel Hazard in General Equilibrium Theory", Journal of Economic Theory.

Hicks, J. (1939), Value and Capital, Clarendon Press, 2nd edition, 1946.

Hicks, J. (1965), Capital and Growth, Oxford University Press.

./.

Hool, B. (1974a), "Money, Financial Assets and General Equilibrium in a Sequential Market Economy", Unpublished Ph.D. Dissertation, Department of Economics, Universiqy of California, Berkeley.

Hool, B. (1974b), "Temporary Walrasian Equilibrium in a Monetary Economy", Social Systems Research Institute, University of Wisconsin, Madison.

Hool, B. (1974c), "Money, Expectations and the Existence of a Temporary Equilibrium", SSRI, University of Wisconsin, Madison. Une version révisée doit paraître dans la Review of Economic Studies.

Iwai, K. (1974a), "Towards Keynesian Microdynamics of Price, Wage, Sales and Employment", Cowles Discussion Paper, Yale University.

Iwai, K. (1974b), "The Firm in Uncertain Markets and its Price, Wage and Employment Adjustments", Review of Economic Studies.

Jordan, J.S. (1975a), "The Continuity of Optimal Dynamic Decision Rules", Department of Economics, University of Pennsylvania, Philadelphia.

Jordan, J.S. (1975b), "Temporary Competitive Equilibrium and the Existence of Self-Fulfilling Expectations", Department of Economics, University of Pennsylvania, Philadelphia.

Keynes, J.M. (1936), The General Theory of Money, Interest and Employment.

Kurz, M. (1974), "Equilibrium in a Finite Sequence of Markets with Transaction Cost", Econometrica.

Laffont, J.J. (1975), "Optimism and Experts Versus Adverse Selection in a Competitive Economy", Journal of Economic Theory.

Ledyard, J.O., (1974), "On Sequences of Temporary Equilibria", in Balch, Mc Fadden and Wu (Eds.).

Leijonhufvud, A. (1968), "On Keynesian Economics and the Economics of Keynes, Oxford University Press.

Malinvaud, E. (1976), "The Theory of Unemployment Reconsidered", INSEE, Paris, Yrjo Johnsson Lectures à l'Université de Helsinki.

Malinvaud, E. et Y. Younès (1974), "Une Nouvelle Formulation Générale pour l'Etude des Fondements Microéconomiques de la Macroéconomie", INSEE et CEPREMAP, Paris.

Malinvaud, E. et Y. Younès (1975), "A New Formulation for the Microeconomic Foundations of Macroeconomics", Paper presented at an IEA Conference on the Microeconomics Foundations of Macroeconomics, S'Agaro, Spain, July 1975.

Morishima, M. (1964), Equilibrium, Stability and Growth, Clarendon Press, Oxford.

Negishi, T. (1974), "Existence of an Under-Employment Equilibrium", à paraître dans Schwödiauer (Ed.).

./.

Patinkin, D. (1965), Money, Interest and Prices, Harper and Row, 2ème éd.

Polemarkis, H. (1975), "On the Existence and Optimality of Temporary Equilibrium for a Monetary Production Economy", miméo, Stanford University.

Radner, R. (1967), "Equilibre des Marchés à Terme et au Comptant en Cas d'Incertitude", Cahier du Séminaire d'Econométrie, CNRS, Paris.

Radner, R. (1968), "Competitive Equilibrium under Uncertainty", Econometrica.

Radner, R. (1970), "Problems in the Theory of Markets under Uncertainty", American Economic Reivew.

Radner, R. (1972), "Existence of Equilibrium of Plans, Prices and Price Expectations in a Sequence of Markets", Econometrica.

Radner, R. (1974), "Market Equilibrium under Uncertainty : Concepts and Problems", M.D. Intriligator and D.A. Hendrick (Eds.), Frontiers of Quantitative Analysis, Vol. II, North Holland.

Samuelson, P.A. (1958), "An exact Consumption Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money", Journal of Political Economy.

Schwödiauer, G. (Ed.), Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory, Proceedings of a Conference held in Vienna, July 1974, à paraître.

Sondermann, D. (1974), "Temporary Competitive Equilibrium under Uncertainty", in J. Drèze (Ed.).

Starrett, D. (1973), "Inefficiency and the Demand for Money in a Sequence Economy", Review of Economic Studies.

Stigum, B. (1969a), "Entrepreneurial Choice over Time under Conditions of Uncertainty", International Economic Review.

Stigum, B. (1969b), "Competitive Equilibria under Uncertainty", Quarterly Journal of Economics.

Stigum, B. (1972), "Resources Allocation under Uncertainty", International Economic Review.

Stigum, B. (1974), "Competitive Resource Allocation over Time under Uncertainty", in Balch, M., D. McFadden et S. Wu (Eds.).

Svensson, L.E.O. (1975), "Sequences of Temporary Equilibria, Stationary Point Expectations, and Pareto Efficiency", Mimeo, Stockholm School of Economics.

Younès, Y. (1970), "Sur une Notion d'Equilibre Utilisable dans le Cas où les Agents Economiques ne Sont Pas Assurés de la Compatibilité de Leurs Plans", CEPREMAP, Pairs (révisé 1973).

Younès, Y. (1972a), "Intérêt et Monnaie Externe dans une Economie d'Echanges au Comptant en Equilibre Walrasien de Court Terme", CEPREMAP, Paris, (version anglaise 1973).

Younès, Y. (1972b), "Monnaie et Motif de Précaution dans une Economie d'Echanges où les Ressources des Agents Sont Aléatoires", CEPREMAP, Paris.

Younès, Y. (1975), "On the Role of Money in the Process of Exchange and the Existence of a Non-Walrasian Equilibrium", Review of Economic Studies.

C. O. 7601. J. M. Grandmont

THEORIE
DE L'EQUILIBRE TEMPORAIRE GENERAL *

INTRODUCTION

Un des succès les plus remarquables de la théorie économique au cours des deux dernières décennies a été l'élaboration rigoureuse de la théorie de l'équilibre général walrasien, connue sous le nom du modèle d'Arrow-Debreu (Debreu, 1959, Arrow et Hahn, 1971). Ce succès a fait apparaître simultanément de manière plus éclatante les limites du modèle et son inadéquation au réel. Dans son interprétation la plus stricte, la théorie postule que tous les agents ont, à la date initiale, accès à un système complet de marchés à terme, et que les ajustements se font uniquement par le jeu des prix. Dans cet esprit, tous les contrats sont déterminés au début des temps et il n'y a aucune incitation à rouvrir les marchés à une date ultérieure. Cette interprétation conduit donc à un modèle essentiellement atemporel. Une interprétation moins stricte du même modèle formel consiste à supposer qu'il existe une suite de marchés au comptant au cours du temps, mais qu'à chaque instant les agents ont accès à un système complet de marchés pour des créances remboursables en unités de compte, par exemple. Le déroulement séquentiel des transactions est

* Une version anglaise plus détaillée et plus technique sera publiée prochainement dans *Econometrica*.

Cette synthèse a été présentée à l'invitation du Comité du Programme au Congrès mondial de la Société d'Econométrique de Toronto, Canada, en août 1975. Je tiens à remercier les commentaires de E. Diewert, J. Green et F. Hahn au cours de cette session. Ce travail a été partiellement financé par l'Université de Bonn, par la National Science Foundation SOC 74-11446 à l'Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences à l'Université de Stanford, par la National Science Foundation SOC 73-09142 à l'Université de Harvard, ainsi que par une bourse de recherches dans le cadre des échanges entre la National Science Foundation et le CNRS. J'ai bénéficié de conversations stimulantes avec de nombreux collègues au cours de ce travail. Je tiens à les remercier tous vivement, et en particulier J.P. Benassy, F. Hahn, W. Heller, G. Laroque et R. Starr.

ainsi réintroduit par ce biais, mais la structure du modèle contraint alors de supposer qu'à chaque date, tous les agents prévoient de façon correcte les prix et taux d'intérêt futurs. Ce modèle constitue un cadre de référence utile, mais ses hypothèses de base en font à l'évidence un outil peu adapté à la description du monde dans lequel nous vivons. Entre autres, il est bien connu que le modèle d'Arrow-Debreu ne peut rendre compte des phénomènes monétaires ou de l'existence de marchés boursiers. En pratique, les agents n'ont qu'une connaissance très imparfaite des lois régissant le système économique et leurs capacités de calcul ne leur permettent certainement pas de prévoir correctement les prix et taux d'intérêt futurs. Enfin, il est de fait qu'en réalité, certains ajustements se font au moins partiellement et pendant plus ou moins longtemps au moyen de rationnements quantitatifs (excès d'offre ou de demande).

Ces questions, longtemps ignorées par la théorie traditionnelle de l'équilibre général, ont été, bien entendu, au centre des préoccupations de la plupart des économistes. Le fait que les agents économiques ont une connaissance très imparfaite de leur environnement futur et que, par conséquent, ce futur influence le présent au travers des prévisions des agents est une idée maîtresse de la pensée keynésienne et plus généralement de la théorie macroéconomique, notamment monétaire. L'étude de la formation des prévisions dans un environnement connu imparfaitement est l'un des objets principaux de l'économétrie, tant théorique qu'appliquée. Les modèles d'inspiration keynésienne représentent une tentative majeure d'étudier des marchés où l'équilibre se réalise au moyen d'ajustements quantitatifs (rationnement). D'importants domaines de la pensée économique ont eu ainsi des développements divergents pendant de nombreuses années, ce qui fut préjudiciable à l'ensemble de la discipline. Depuis quelques années cependant, des efforts systématiques ont été faits par les théoriciens de l'équilibre général afin de combler ce fossé et, ce qui est plus important, de se rapprocher du réel. L'idée essentielle sous-jacente à ces travaux n'est pas nouvelle et peut être trouvée dans les écrits de J. Hicks, sous le nom d'*Equilibre temporaire*. Elle a été également utilisée par Patinkin (1965) dans sa remarquable tentative d'intégrer la monnaie dans la théorie de la valeur. Selon ce point de vue, à chaque date les agents doivent prendre des décisions en fonction de leurs anticipations sur leur environnement futur, qui dépendent de leur information sur l'état de l'économie dans les périodes courante et passées. On peut alors étudier l'état du marché dans la période courante soit en supposant que les ajustements se font uniquement par les prix (Equilibre temporaire concurrentiel), soit en postulant que les prix sont momentanément fixés au cours de la période et que les ajustements se font au moyen de rationnements quantitatifs (Méthode des prix fixes de Hicks). L'objet du présent essai est d'examiner l'apport de ces recherches.

Les travaux s'inspirant de cette méthode ont pris deux orientations reliées mais distinctes. La première consiste à admettre que les échanges ont lieu séquentiellement au cours du temps, et qu'à chaque date les agents n'ont pas accès à un système complet de marchés de créances, mais à garder l'hypothèse que les agents prévoient correctement prix et taux d'intérêt futurs. C'est dans cette ligne que se situent les travaux de Hahn (1971) sur les coûts de transaction, ainsi que ceux de Radner (1967, 1968, 1970, 1972) sur l'« équilibre de plans, de prix et d'anticipations de prix ». Cette approche permet d'étudier au moins partiellement certains phénomènes monétaires et certains aspects des marchés boursiers (Douglas Gale, 1975 *a*). Pour une analyse exhaustive de cette voie d'approche, le lecteur pourra consulter utilement la synthèse stimulante de Radner (1974). Cette hypothèse de *Prévision parfaite* est certainement utile pour l'étude de la planification indicative ou pour la description d'états stationnaires, où il peut paraître naturel de supposer que les agents prévoient correctement leur environnement futur. Elle est également utile pour vérifier si une proposition économique ne dépend pas du fait que les agents font des erreurs de prévision. Cette hypothèse est à l'évidence très éloignée de la réalité. Par contraste, la deuxième approche que j'analyserai dans cet essai admet que les unités économiques peuvent faire des erreurs de prévision. Elle prend donc en compte un phénomène de « déséquilibre » qui paraît important, à savoir que les plans des différents agents à une date donnée peuvent être incompatibles.

L'intérêt récent, pour cette approche, a été stimulé par un certain nombre d'études antérieures. Parmi celles-ci, on peut citer les travaux de Morishima (1964) sur les activités de production, travaux qui ont été repris récemment par Diewert (1972); la tentative de Drandakis (1966) d'étudier les phénomènes monétaires à l'aide de cette approche ; et l'étude de l'équilibre temporaire concurrentiel dans un environnement certain par Arrow et Hahn (1971). La première tentative systématique d'étudier l'équilibre temporaire concurrentiel dans un environnement incertain paraît due à Stigum (1969 *a*, 1969 *b*).

Le lecteur découvrira rapidement que le sujet n'a pas atteint encore un degré de maturité suffisant pour permettre une présentation de la théorie de manière générale et concise. Les chercheurs adoptant cette approche se sont souvent trouvés confrontés à des problèmes qui n'avaient pas leur place dans la théorie traditionnelle de l'équilibre général et qui étaient quelquefois passés sous silence par les théoriciens de la macroéconomie. La stratégie adoptée par de nombreux chercheurs a été par suite de sélectionner quelques thèmes significatifs et d'étudier un modèle spécifique pour chaque thème. Je n'ai donc pas tenté de résumer la littérature entière sur le sujet, mais j'ai choisi de discuter d'un même point de vue quelques travaux à mon sens significatifs, et d'en dégager les leçons. Le choix a bien entendu été influencé par mes propres intérêts et préjugés, et les travaux que je n'analyserai pas en détail ne doivent pas être sous-estimés.

Cet article est organisé de la manière suivante. Je développe dans la section 1 le modèle de prise de décision individuelle commun aux modèles d'équilibre temporaire. La section 2 est consacrée à l'étude de l'équilibre temporaire concurrentiel où les ajustements se font exclusivement par les prix. Je m'attacherai particulièrement à l'étude des phénomènes d'arbitrage sur les marchés de capitaux (section 2,2.) et celle des phénomènes monétaires et des activités bancaires dans ce type de modèle (section 2,3.). La section 3 est consacrée à l'analyse de la méthode des prix fixes de Hicks, où les ajustements au cours d'une période élémentaire se font par rationnement quantitatif. Des références bibliographiques sont présentées dans la quatrième section.

1. DECISION INDIVIDUELLE

Le trait essentiel des modèles d'équilibre temporaire est le fait que les agents prennent des décisions à un moment donné tout en ignorant leur environnement futur : ils doivent prévoir celui-ci afin d'effectuer un choix. Par suite, un concept nouveau apparaît dans ces modèles par rapport à la théorie traditionnelle de l'équilibre général, celui d'une *fonction d'anticipations*, qui décrit la dépendance des prévisions d'un agent par rapport à son information. L'objet de cette section est de décrire précisément comment ce concept intervient dans le processus de décision d'un agent dans les modèles d'équilibre temporaire.

1, 1. Modèle de base

Raisonnons en temps discret. A chaque date, un agent reçoit des *signaux* concernant son environnement : ceux-ci peuvent décrire son information sur des variables exogènes au système économique (« états de la nature »), ou sur les variables contrôlées par les autres agents économiques, ou déterminées conjointement par ces deux catégories de variables (par exemple, les prix). Soit S_t l'ensemble des signaux possibles que cet agent peut recevoir au temps t. Le problème de cet agent est le suivant : étant donnés les signaux reçus jusqu'à la date t, et les décisions prises par lui-même jusqu'à cette date, il doit choisir une *action* a_t dans un ensemble A_t. Une action implique en général un échange de biens et services dans la période courante. Elle peut en outre impliquer un engagement d'échanger certaines quantités de biens et services à des dates ultérieures (contrats à terme) comme dans le cas, par exemple, de stocks de biens durables. Enfin, une action impliquera en général un engagement d'échanger à une date ultérieure un « bien » particulier, de la monnaie fiduciaire, lorsque l'agent décide de détenir des encaisses monétaires ou des actifs financiers, ou d'emprunter.

Pour simplifier, j'analyserai un cas simple. Soit l'agent à la date 1. Les signaux reçus ainsi que les décisions prises dans les périodes antérieures sont des données du problème qui ne peuvent être altérées par les événements ou décisions présentes. Je ne les mentionnerai donc plus explicitement. L'agent doit choisir une *règle de décision*, spécifiant l'ensemble des actions $\alpha(s_1)$ qu'il choisira pour chaque signal $s_1 \in S_1$. Etant donné s_1, les actions qu'il peut choisir peuvent être limitées par un certain nombre de contraintes, décrites par un sous-ensemble $\beta_1(s_1)$ de A_1. Puisqu'une action engage en général l'avenir, l'agent doit prévoir ce qu'il fera dans les périodes ultérieures. Supposons pour simplifier que cet agent se préoccupe uniquement de la période suivante. Cette hypothèse n'est pas essentielle : l'analyse qui suit est valable pour tout horizon fini ou infini (Chetty et Dasgupta, 1975 ; Christiansen, 1974, 1975 ; Jordan, 1975 a). Par conséquent, l'agent doit choisir, en sus d'une action, un *plan* décrit par une fonction $a_2(.)$ définie sur S_2 et prenant ses valeurs dans A_2, qui représente l'action $a_2(s_2)$ qu'il prévoit de choisir s'il reçoit le signal s_2 à la période suivante. Ici encore, ce choix peut être limité par des contraintes dépendant de son environnement courant et futur et de son action présente, $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1, a_1, s_2)$.

L'agent doit être, bien entendu, conscient des *conséquences* de ces choix. Pour simplifier, je supposerai que ces conséquences ne dépendent que du couple d'actions (a_1, a_2), mais celles-ci peuvent dépendre, bien entendu, de l'environnement, donc de s_1 et de s_2. Les conséquences des choix de l'agent seront donc représentées par $\gamma(a_1, a_2)$, un élément de l'espace C des conséquences. Puisque l'agent est confronté à un problème de décision sous incertitude, ses *préférences* $\succsim$ seront décrites par un préordre complet défini sur l'espace des distributions de probabilité $M(C)$ sur C. Bien que ce ne soit pas nécessaire pour la présentation de la théorie, il est commode de supposer que ces préférences satisfont aux hypothèses de l'*Espérance d'utilité :*

(U) *Il existe une fonction d'utilité de Von Neumann-Morgenstern* $u: C \to R$ *continue et bornée telle que, pour toute distribution de probabilité* $\mu \in M(C)$, *l'espérance de l'utilité*

$$v(\mu) = \int_C u \, d\mu$$

est une représentation des préférences $\succsim$.

Afin de compléter la description du modèle, il faut préciser comment l'agent prévoit les signaux qu'il recevra dans l'avenir. Par hypothèse, cette prévision prend la forme d'une distribution de probabilité sur S_2. Elle peut être influencée par toutes les observations faites par l'agent jusqu'à la période actuelle. En particulier, elle dépendra du signal s_1, et dans certains cas, de l'action a_1 choisie dans la période présente. Pour simplifier, je ne tiendrai compte que de l'influence du signal s_1. Par suite, celle-ci est décrite par une *fonction d'anticipation* ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace des distributions de probabilités $M(S_2)$ sur S_2.

Il est maintenant possible de décrire le processus de décision de l'agent. Etant donné $s_1 \in S_1$, toute action $a_1 \in A_1$ et tout plan $a_2(.)$ déterminent une *variable aléatoire* $\gamma(a_1, a_2(.))$ définie sur l'espace S_2 muni de la distribution de probabilité subjective $\psi(S_2)$, et prenant ses valeurs dans l'espace des conséquences C. Cette variable aléatoire, par conséquent, induit une distribution de probabilité sur l'espace des conséquences C, qui dépend du signal s_1 par l'intermédiaire des anticipations de l'agent, de l'action a_1 et du plan $a_2(.)$, soit $\mu(s_1, a_1, a_2(.))$. Par suite, étant donné s_1, l'agent choisira une action a_1 et un plan $a_2(.)$ sous les contraintes $a_1 \in \beta_1(s_1)$ et $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1, a_1, s_2)$ pour tout $s_2 \in S_2$, de façon que la distribution de probabilité

induite sur l'espace des conséquences maximise ses préférences. Si l'on choisit une fonction d'utilité de Von Neumann-Morgenstern u comme dans la condition (U), ceci revient à maximiser l'espérance d'utilité associée à la distribution de probabilité induite.

$$\int_{S_2} u(\gamma(a_1, a_2(\circ))) \, d\psi(s_1),$$

sous les contraintes $a_1 \in \beta_1(s_1)$ et $a_2(s_2) \in \beta_2(s_1, a_1, s_2)$. A tout programme optimal correspond une action optimale. L'ensemble de ces actions optimales constitue $\alpha(s_1)$.

1, 2. Préférences sur les actions

Dans la section précédente, le processus de décision d'un agent était représenté comme un problème de choix intertemporel. Je montre maintenant comment le choix peut se décrire comme un problème comportant une seule période en utilisant une technique classique de programmation dynamique.

Etant donné un signal s_1, considérons une action arbitraire a_1 dans A_1. Pour tout s_2 dans S_2, définissons $u^*(s_1, a_1, s_2)$ comme le maximum de $u(\gamma(a_1, a_2))$ quand a_2 varie sous les contraintes $a_2 \in \beta_2(s_1, a_1, s_2)$. Si l'on définit :

$$v(s_1, a_1) = \int_{S_2} u^*(s_1, a_1, \circ) \, d\psi(s_1)$$

alors $v(s_1, a_1)$ représente évidemment le *maximum d'espérance d'utilité* que l'agent pense atteindre s'il observe s_1 et s'il choisit a_1 dans la période courante. On peut maintenant définir les préférences de l'agent sur les actions par :

a'_1 est préféré ou indifférent à a''_1 quand s_1 est observé dans la période courante si et seulement si $v(s_1, a'_1) \geqq v(s_1, a''_1)$.

Cette définition est justifiée car, ainsi que le lecteur le vérifiera aisément, pour tout s_1,

$a^*_1 \in \alpha(s_1)$ *si et seulement si* a^*_1 *maximise* $v(s_1, a_1)$ *quand* a_1 *varie soumis aux contraintes* $a_1 \in \beta_1(s_1)$.

D'autre part, on vérifie aisément que $v(s_1, a_1)$ détermine pour chaque signal s_1 un préordre complet sur l'espace des actions A_1 qui est indépendant de la fonction d'utilité particulière u utilisée et qui ne dépend que des préférences $\succsim$ sur l'espace $M(C)$ des distributions de probabilité sur les conséquences.

Cette technique de programmation dynamique est utile pour au moins deux raisons. La première est qu'elle permet de réduire le problème d'un agent à un problème comportant une seule période, et ceci est utile lorsqu'on veut étudier l'équilibre du marché à une date donnée. La seconde est liée au fait que les préférences d'un agent sur les actions sont influencées par les signaux qu'il a perçus jusqu'à la période présente. Je rappelle qu'une action implique en général une décision de détenir des actifs monétaires et financiers. La procédure ci-dessus permet donc d'introduire de façon rationnelle ces actifs dans la fonction d'utilité $v(s_1, a_1)$. Celle-ci dépend des signaux perçus, en particulier des prix courants et passés, par l'intermédiaire de leur influence sur les anticipations de l'agent. Ceci donne de saines fondations pour analyser certaines questions de théorie monétaire comme l'absence d'illusion monétaire, la Théorie quantitative de la monnaie et d'autres encore. Je reviendrai plus précisément sur ces points au cours de la section sur la monnaie.

2. EQUILIBRE TEMPORAIRE CONCURRENTIEL

Une façon de concevoir l'évolution d'un système économique est de l'envisager comme une succession d'équilibres temporaires concurrentiels. C'est-à-dire, on suppose qu'à chaque date, les prix s'ajustent suffisamment rapidement pour équilibrer l'offre et la demande. Cette hypothèse est à l'évidence très restrictive, puisqu'elle empêche des phénomènes de déséquilibre tels que le sous-emploi. Cependant, bien que l'équilibre soit postulé dans chaque période, cette approche permet de prendre en compte un phénomène de déséquilibre à mon sens important : à chaque moment, les *plans* des agents pour l'avenir ne sont pas coordonnés et seront par suite incompatibles en général. Ainsi que Hicks (1939) l'a souligné il y a longtemps, cette hypothèse est très différente de celle de la *Prévision parfaite* (Radner, 1972), où par définition, un tel phénomène de déséquilibre ne peut se produire.

Un problème important dans les modèles d'équilibre temporaire concurrentiel est précisément de prouver l'existence d'un système de prix équilibrant l'offre et la demande, notamment sur le marché des actifs. Il est clair qu'un « théorème d'équilibre de marché » doit être utilisé ici, comme dans le cas des modèles d'équilibre concurrentiel traditionnels (section 2.1.). Le fait important, qui distingue les modèles d'équilibre temporaire, est que l'on doit faire des hypothèses significatives sur les *anticipations* des agents, et que, ce faisant, on apprend beaucoup sur la structure de la théorie. J'illustrerai ce point dans cette section en analysant quelques travaux qui ont étudié cette question. Je m'intéresserai plus particulièrement aux problèmes posés par la possibilité d'arbitrages sur les marchés d'actifs (section 2.2.) et par l'introduction de la monnaie et des activités bancaires dans ce type de modèles (section 2.3.).

2. 1. Equilibre de marché

Il existe bien des versions de la « loi de l'offre et de la demande » qui peuvent être utilisées dans le contexte qui nous intéresse. Je me bornerai dans cette section à en présenter l'argument de manière heuristique. Une présentation plus technique est donnée dans l'Annexe.

Supposons que l « biens » sont échangés à une date donnée, certains biens pouvant représenter des contrats à terme. Un système de prix peut donc être décrit par un vecteur p de R^l_+, que nous pouvons normaliser à notre convenance, par exemple, en imposant $\sum_{h=1}^{l} p_h = 1$. A chaque système de prix est associée une demande excédentaire globale $\zeta(p)$ pour les différents biens, du moins lorsque celle-ci est définie. Soit D l'ensemble des systèmes de prix p pour lesquels une demande excédentaire est bien définie, et supposons que D soit un ouvert convexe du simplexe unitaire $\Delta = \{p \in R^l_+ \mid \sum_{h=1}^{l} p_h = 1\}$. Par hypothèse, pour chaque p dans D, la demande excédentaire $\zeta(p)$ satisfait l'identité comptable $p \cdot \zeta(p) = 0$ (loi de Walras), et varie continûment avec p. Cette procédure détermine donc un « champ de vecteurs » $\zeta(p)$ sur D (voir figure 1 *a*).

Un équilibre de marché est manifestement représenté par un point p de D tel que $\zeta(p) = 0$. Maintenant, par continuité, un tel point devrait exister si le champ de vecteurs $\zeta(p)$ « pointait vers l'intérieur de D » lorsque le système de prix p est près de la frontière de D (figure 1 *b*). Une manière de transcrire précisément cette dernière condition est la suivante :

(B) *Pour toute suite* p^k *dans* D *tendant vers la frontière de* D, *il existe* $\bar{p}$ *dans* D *tel que* $\bar{p} \cdot \zeta(p^k) > 0$ *pour une infinité de* k.

L'argument que j'ai esquissé se transpose aisément au cas où à chaque système de prix p dans D est associé, non plus une demande

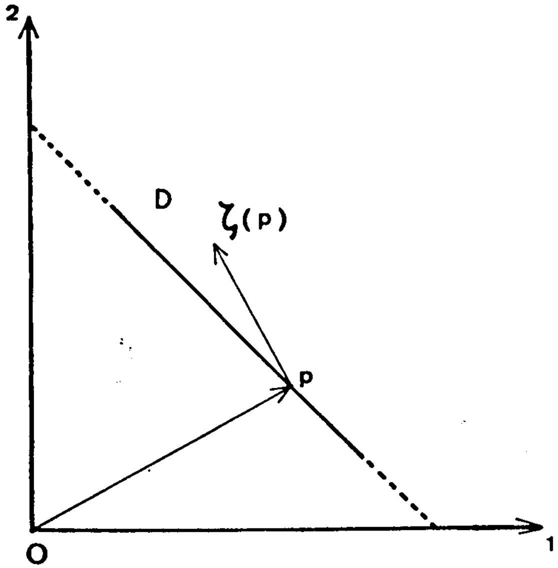

Fig. 1a

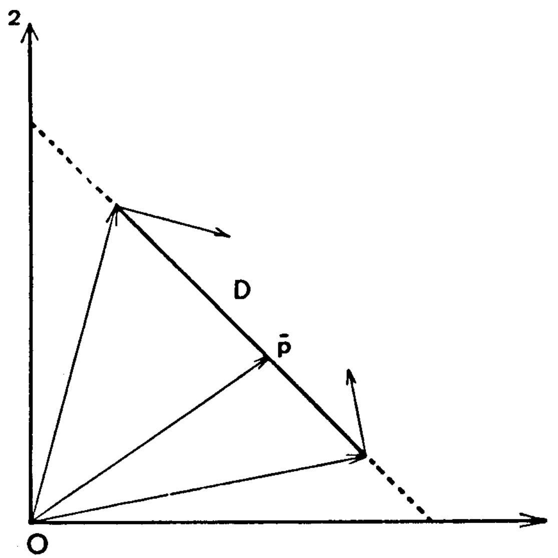

Fig. 1b

excédentaire unique, mais un ensemble de demandes excédentaires. C'est ce dernier cas que j'envisagerai dans les sections suivantes.

2, 2. Spéculation sur les marchés de capitaux

L'un des problèmes les plus intéressants qui apparaissent dans maints modèles d'équilibre temporaire est celui de l'existence d'un équilibre concurrentiel sur les marchés à terme. J'ai déjà remarqué qu'en général, un agent s'engagera à une date donnée à livrer ou à recevoir des biens et services et/ou de la monnaie à des dates ultérieures. Dans bien des cas, des marchés au comptant seront actifs à la date de livraison spécifiée dans les contrats à terme. Par suite, il existe des possibilités d'*arbitrage* sur les marchés à terme dans ce type de modèles. Comme les quantités échangées sur les marchés à terme ne sont pas bornées par les quantités effectivement disponibles à la date de la livraison, il n'y a pas de borne naturelle que l'on puisse imposer sur les échanges d'un agent particulier sur de tels marchés, et le type de conditions que nous devons imposer à nos modèles pour pouvoir garantir l'existence d'un équilibre concurrentiel sur des marchés à terme n'est pas clair a priori. Une réponse à cette question a été donnée par Green (1973, 1974) : *il doit y avoir accord partiel entre les anticipations des agents concernant les prix au comptant futurs.* Les méthodes de Green semblent applicables à de nombreux modèles d'équilibre temporaire (concurrentiel ou non); aussi consacrerai-je cette section à les analyser.

Green (1973) étudie une économie d'échanges qui s'étend sur deux périodes, 1 et 2. Il y a l_1 biens de consommation disponibles en période 1, l_2 en période 2, avec $l = l_1 + l_2$. Le stockage des biens est impossible. Au cours de la période 1, chaque agent connaît ses ressources en biens disponibles durant la période. Mais ses ressources en biens disponibles à la période 2 sont alors inconnues et aléatoires. A la période 1, il y a l_1 marchés au comptant pour les biens courants et l_2 marchés à terme pour des contrats de livraison *inconditionnelle* à la date 2 des l_2 biens disponibles à cette date. Puisque ces marchés à terme ne sont pas complets au sens d'Arrow-Debreu, les marchés au comptant seront actifs en période 2, et les prix au comptant à cette date différeront en général des prix correspondant pour les contrats à terme en période 1. Le problème est de trouver des conditions garantissant l'existence d'un équilibre concurrentiel à la date 1.

Je considère en premier lieu un consommateur typique à la date 1, et montre comment le choix qu'il a à faire peut se formuler dans les termes décrits dans la section 1. Cet agent connaît ses ressources $e_1 \in R_+^{l_1}$ en biens courants, et reçoit un signal $s_1 = (p_1, q_1)$ décrivant les prix $p_1 \in R_+^{l_1}$ des biens courants et les prix $q_1 \in R_+^{l_2}$ d'achats à terme de biens livrables en période 2. Par suite, on peut prendre $S_1 = \Delta^{l}$, le simplexe unitaire de R_+^{l}. A la date 2, l'agent recevra un signal $s_2 = (p_2, e_2)$, où le système de prix au comptant des biens disponibles en seconde période, p_2, appartient au simplexe unitaire Δ^{l_2} de $R_+^{l_2}$, et où e_2 représente sa dotation de biens en deuxième période. Par conséquent, $S_2 = \Delta^{l_2} \times R_+^{l_2}$. Les anticipations de l'agent sont représentées comme dans la section 1 par une fonction ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace des distributions de probabilités $M(S_2)$ sur S_2.

Une action $a_1 = (x_1, b_1)$ de l'agent en première période décrit sa consommation courante $x_1 \in R_+^{l_1}$ et ses achats à terme $b_1 \in R^{l_2}$. Les ventes à terme ne sont pas limitées a priori. Par suite $A_1 = R_+^{l_1} \times R^{l_2}$. A la date 2, l'action a_2 d'un agent représente simplement sa consommation à cette date. Donc $A_2 = R_+^{l_2}$.

L'ensemble des choix possibles pour le consommateur à la date 2, $\beta_2(a_1, s_2)$ dépend du signal $s_2 = (p_2, e_2)$ reçu à cette date, et de l'action choisie en première période, $a_1 = (x_1, b_1)$. Toute action $a_2 \in A_2$ dont la valeur $p_2 \cdot a_2$ n'excède pas la richesse de l'agent à la date 2, $p_2 \cdot (b_1 + e_2)$ est possible si cette richesse est non négative. Dans le cas contraire, l'agent est en banqueroute et est par suite contraint de choisir une consommation nulle :

$$\beta_2(a_1, s_2) = \{a_2 \in A_2 \mid p_2 \cdot a_2 \leqq \operatorname{Max}(0, p_2 \cdot (b_1 + e_2))\}$$

L'ensemble des choix possibles à la date 1, $\beta_1(s_1)$, est l'ensemble des actions $a_1 = (x_1, b_1)$ dont la valeur $s_1 \cdot a_1$ n'excède pas la richesse de l'agent à cette date, $p_1 \cdot e_1$. Dans la version la plus simple de son modèle, Green fait l'hypothèse simplificatrice, qui n'est en aucune manière essentielle, qu'un agent ne se met jamais *délibérément* en situation de banqueroute même avec une probabilité petite, en ajoutant la contrainte : $p_2 \cdot (b_1 + e_2) \geqq 0$ pour tout (p_2, e_2) dans le support de la distribution de probabilité $\psi(s_1)$. Je l'adopterai ici également. Par suite,

$$\beta_1(s_1) = \{a_1 \in A_1 \mid s_1 \cdot a_1 \leqq p_1 \cdot e_1 \text{ et } p_2 \cdot (b_1 + e_2) \geqq 0$$
$$\text{pour tout } s_2 \in \operatorname{supp} \psi(s_1)\}$$

Les conséquences de tout couple d'actions $(a_1, a_2) \in A_1 \times A_2$ sont décrites par le flux de consommations associées (x_1, x_2). Donc $C = R_+^{l_1} \times R_+^{l_2}$. Les préférences de l'agent sont alors définies sur $M(C)$, comme dans la section 1, et satisfont l'hypothèse de l'Espérance d'utilité (U). De plus, on suppose que toute représentation de Von Neumann-Morgenstern est concave et monotone.

Par conséquent, le problème d'un agent est le même que celui qui fut décrit dans la section 1. Pour tout signal s_1 dans S_1, on peut donc définir un ensemble d'actions optimales $\alpha(s_1)$, qui peut être vide, et un ensemble de demandes excédentaires correspondantes :

$$\zeta(s_1) = \{z \mid z = (a_1 - (e_1, 0)), a_1 \in \alpha(s_1)\}$$

Je ferai quelques hypothèses sur les anticipations de l'agent. En premier lieu, je supposerai que pour tout s_1 dans S_1, l'agent anticipe qu'avec probabilité 1, les prix seront positifs à la période suivante. Cette hypothèse mineure est justifiée par le fait qu'un prix nul ne peut correspondre à un équilibre puisque par hypothèse tous les biens sont désirés. Je supposerai d'autre part que le support de la distribution de probabilité $\psi(s_1)$ est en fait indépendant du signal s_1. Cette hypothèse est purement technique et n'est pas nécessaire à l'analyse (Green ne la fit pas), mais elle simplifie beaucoup l'étude du modèle sans pour autant altérer la substance des résultats. Je postulerai enfin que l'agent est réellement incertain au sujet des prix futurs, ce qui se traduit techniquement par l'hypothèse suivante : *la fermeture convexe de la projection sur* Δ^{l_2} *du support de* $\psi(s_1)$ *a un intérieur non vide, que l'on notera* Π.

Soit D l'ensemble des prix de première période, $s_1 = (p_1, q_1)$ qui sont positifs, $s_1 \gg 0$, et qui sont tels que le vecteur des prix relatifs des achats à terme, $q_1/|q_1|$, appartienne à Π. Il est clair que D est ouvert dans le simplexe Δ^l, et convexe. Mais on peut montrer le résultats suivant, qui est plus important :

(1) $\zeta(s_1)$ *est non vide si et seulement si* s_1 *appartient* à D.

Un argument heuristique peut permettre de comprendre mieux ce résultat. Supposons que $q_1/|q_1|$ n'appartienne pas à Π. Alors l'agent estime qu'il lui est possible de spéculer profitablement sur les marchés à terme et que ses possibilités de gain sont illimitées. Donc aucune action ne peut être optimale. Dans le cas où $q_1/|q_1|$ appartient à Π, on peut vérifier aisément que toute tentative de spéculation de la part de l'agent sur les marchés à terme implique une possibilité de perte avec une probabilité (subjective) positive. Il est alors clair que l'ensemble $\beta_1(s_1)$ est borné, puisque nous avons supposé que l'agent cherchait à éviter à tout prix d'être en banqueroute en période 2. Donc, l'ensemble des actions optimales $\alpha(s_1)$ est non vide dans ce cas.

On peut également montrer le résultat suivant qui est important, puisqu'il garantit que tout vecteur de demande excédentaire « pointe vers l'intérieur de D » lorsque s_1 est proche de la frontière de D. L'importance de ce résultat est évidente à la lumière de la discussion de la loi de l'offre et de la demande faite dans la section 2,1. Plus précisément :

(2) *Soit une suite s^k_1 dans* D *qui tend vers un point de la frontière de* D, *et soit une suite $z^k \varepsilon \zeta(s^k_1)$. Alors $\bar{s}_1 . z^k$ diverge vers $+\infty$ quel que soit $\bar{s}_1$ dans* D.

Ce qui reste à faire pour démontrer l'existence d'un équilibre concurrentiel dans une telle économie est maintenant facile. Supposons qu'il existe m consommateurs, $i = 1, \dots m$, chacun d'entre eux satisfaisant aux hypothèses énoncées ci-dessus. Si l'on définit la demande excédentaire globale pour chaque s_1 dans S_1 par $\zeta(s_1) = \sum_{i=1}^{m} \zeta^i(s_1)$, alors un équilibre temporaire concurrentiel est défini par un système de prix $\overset{*}{s}_1$ tel que $0 \varepsilon \zeta(\overset{*}{s}_1)$. Pour chaque agent, on peut définir un sous-ensemble Π^i du simplexe Δ^{l_2} comme ci-dessus. Il est alors clair qu'étant donné les autres hypothèses, une condition *nécessaire et suffisante* pour l'existence d'un équilibre concurrentiel dans cette économie est un accord partiel entre les agents concernant les prix au comptant de la période 2, c'est-à-dire :

L'intersection de tous les Π^i est non vide.

Si pour chaque consommateur i, D^i est défini à partir de Π^i comme ci-dessus, et si D est l'intersection de tous les D^i, cette condition est équivalente à « D est non vide ». Si D était vide, alors la demande globale excédentaire $\zeta(s_1)$ ne serait pas définie quel que soit le système de prix et aucun équilibre ne pourrait exister. D'autre part, si D est non vide, alors le résultat énoncé en (2) entraîne l'existence d'un équilibre concurrentiel par une application immédiate de l'argument que j'ai esquissé dans la section 2,1.

Green a étendu son modèle dans plusieurs directions (Green, 1974). En premier lieu, on peut permettre aux agents de prendre des décisions entraînant la possibilité d'une banqueroute en deuxième période avec une probabilité (subjective) positive. Dans ce cas, on doit introduire des pénalités extra-économiques pour la faillite, afin d'empêcher un agent de vendre à terme de façon illimitée. Les agents peuvent également avoir contracté des obligations dans des périodes antérieures à la date 1. Ces agents peuvent dans ce cas être en banqueroute à la date 1, et certaines règles de répartition en cas de faillite doivent être introduites dans le modèle. En dépit de ces complications, la conclusion principale du modèle le plus simple demeure : il doit y avoir accord partiel entre les agents concernant les prix au comptant futurs pour qu'il y ait un équilibre concurrentiel sur les marchés à terme. Des résultats qualitativement semblables ont été obtenus par Hart (1974) dans son étude des marchés d'actifs financiers du type de Lintner-Sharpe.

Bien que cette conclusion qualitative paraisse bien établie dans le cadre des modèles décrits dans cette section, il reste bien du travail à faire dans la direction inaugurée par Green. En particulier, un trait important des modèles analysés jusqu'ici est le fait que les agents ne font des plans que pour la période suivant immédiatement la période courante. Il reste à voir comment cette condition d'accord partiel des anticipations doit être formulée dans le cadre de modèles où les agents auraient un horizon de plusieurs périodes. Le problème est manifestement relié à la théorie de la *structure des taux d'intérêt*, ainsi que Green lui-même l'a remarqué dans une série d'exemples (Green, 1971 ; voir aussi Younès, 1972 *a*, pour une tentative dans cette direction). Une étude systématique de cette question serait utile. Un autre sujet de recherche concerne le traitement de la faillite qui n'est pas entièrement satisfaisant dans Green (1974). Ledyard (1974), dans ses commentaires concernant le modèle de Green, suggéra que la décision de se mettre en banqueroute devrait être le résultat du choix des agents. Cette suggestion devrait être explorée de manière plus approfondie. La question est d'importance, puisqu'elle conditionne toute étude satisfaisante des phénomènes financiers.

2, 3. Equilibre temporaire concurrentiel et monnaie

Un trait intéressant des modèles d'équilibre temporaire est le fait que les agents en général vont acheter et/ou vendre à terme un « bien » particulier, de la monnaie fiduciaire. C'est le cas s'ils décident de détenir des encaisses non rémunérées ou des actifs financiers, ou d'emprunter. Un problème important dans ce cas, qui fut souligné il y a plus de dix ans par Hahn (1965), est de montrer l'existence d'un équilibre concurrentiel où le prix de la monnaie soit positif, bien que celle-ci n'ait pas de valeur intrinsèque. Un début de réponse à ce problème a été donné par Grandmont (1974), qui montra que le prix d'équilibre (temporaire) de la monnaie est positif si les agents prévoient un prix positif pour celle-ci dans le futur quels que soient les prix couramment perçus. Cette condition est un raffinement d'une hypothèse faite auparavant par Stigum (1969 *a*) dans son étude d'un modèle d'équilibre temporaire sans monnaie. Mais l'aspect le plus intéressant de cette approche est qu'elle permet l'introduction d'agents spécifiques dont la fonction est de manipuler le stock de monnaie disponible en accordant des prêts aux autres agents (Grandmont et Laroque, 1975) ou par des opérations d' « open market » (Grandmont et Laroque, 1976 *a*). Ces agents sont donc semblables à des banques. Il est alors possible d'examiner l'impact de différentes politiques monétaires et d'étudier certaines questions de théorie monétaire, comme la validité de la Théorie quantitative de la monnaie ainsi qu'elle est présentée par Patinkin (1965), ou l'existence d'une « trappe à monnaie ». Afin de montrer plus précisément comment ces questions peuvent être abordées au moyen de cette approche, j'ai trouvé commode de développer l'argument dans le cadre d'un modèle étudié par Grandmont et Laroque (1976 *a*).

L'économie que je considère est une économie d'échanges qui s'étend sur un nombre de périodes indéfini. A chaque date, les consommateurs peuvent échanger n biens périssables de consommation sur des marchés au comptant, et peuvent épargner en détenant deux sortes d'actifs. L'un est de la monnaie fiduciaire ne portant pas intérêt ; l'autre est une rente perpétuelle, c'est-à-dire, une promesse de payer au porteur une unité de monnaie dans chaque période. En outre, il existe un autre agent, appelé la banque centrale, dont la fonction est de manipuler le stock de monnaie en vendant ou achetant des rentes perpétuelles sur le marché. Le problème est d'étudier l'existence et les propriétés d'un équilibre temporaire concurrentiel à un moment donné, disons $t = 1$.

Considérons dans un premier temps un consommateur représentatif à la date 1, et supposons que son horizon est limité à cette date à la période 2. Ce consommateur connaît sa dotation $e_1 \varepsilon R_+$ en biens de consommation courante ainsi que son stock d'actifs $b_o \varepsilon R_+^2$ qui résulte de ses décisions dans les périodes antérieures. La première composante b_{01} décrit son stock de monnaie (y compris les intérêts perçus à la date 1 sur son stock de rentes perpétuelles),

la seconde b_{02}, son stock de rentes perpétuelles. Il reçoit un signal $s_1 = (p_1, q_1)$ décrivant les prix au comptant des biens de consommation $p_1 \varepsilon R_+^n$ et ceux des actifs monétaires $q_1 \varepsilon R_+^2$. Donc nous pouvons prendre $S_1 = \Delta^l$, le simplexe unitaire de R_+^l, avec $l = n + 2$. A la date 2, l'agent recevra un signal $s_2 = (p_2, q_2, e_2)$ décrivant les prix (p_2, q_2) des biens de consommation et ceux des actifs, et sa dotation en biens de consommation $e_2 \varepsilon R_+^n$ à cette date. Donc $S_2 = \Delta^l \times R_+^n$, et les anticipations de l'agent sont représentées, comme dans la section 1, par une fonction ψ définie sur S_1 et prenant ses valeurs dans l'espace $M(S_2)$ des distributions de probabilités définies sur S_2.

L'action d'un consommateur au cours d'une période est représentée par $a = (x, b)$, et décrit sa consommation courante $x \varepsilon R_+^n$ et le montant $b \varepsilon R_+^2$ d'actifs qu'il désire détenir jusqu'à la période suivante. Donc, $A_1 = A_2 = R_+^l$. Les conséquences d'un couple d'actions (a_1, a_2) sont décrites par le flux correspondant de consommations (x_1, x_2). Les préférences du consommateur sont définies sur l'espace $M(C)$ comme dans le modèle central et satisfont à l'hypothèse de l'Espérance d'utilité (U) de la section 1. En outre, toute représentation de Von Neumann-Morgenstern est supposée être concave et monotone.

L'ensemble des choix possibles pour un consommateur dans toute période est l'ensemble des actions dont la valeur n'excède pas sa richesse. Par conséquent,

$$\beta_1(s_1) = \{a_1 \varepsilon A_1 \mid p_1x_1 + q_1b_1 \leqq p_1e_1 + q_1b_0\}$$

$$\beta_2(a_1, s_2) = a_2 \varepsilon A_2 \mid p_2x_2 + q_2b_2 \leqq p_2e_2 + q_2\bar{b}_1\}$$

où $\bar{b}_1 = (b_{11} + b_{12}, b_{12})$ représente le stock d'actifs détenu par le consommateur en deuxième période après le paiement des intérêts sur les rentes perpétuelles, qui est le résultat de son action $a_1 = (x_1, b_1)$.

La structure du problème de ce consommateur est identique à celle décrite dans la section 1. Nous pouvons donc définir de la même manière un ensemble d'actions optimales $\alpha(s_1)$ pour tout s_1 dans S_1, et un ensemble de demandes excédentaires associées, $\zeta(s_1) = \{z \mid z = (a_1 - (e_1, b_0)), \ a_1 \varepsilon \alpha(s_1)\}$.

Je ferai quelques hypothèses sur les anticipations du consommateur. Tout d'abord, je supposerai que quel que soit s_1 dans S_1, le consommateur prévoit avec probabilité 1 que les prix des biens de consommation p_2 à la date 2 seront tous positifs. Cette hypothèse est justifiée par le fait que tous les biens de consommation sont désirés. D'autre part, je postulerai que, pour chaque s_1 dans S_1, *le consommateur pense qu'il existe une probabilité positive pour que le prix de la monnaie q_{21} à la date 2 soit positif*. Cette hypothèse a pour effet de rendre la monnaie un bien toujours désiré bien qu'elle n'ait aucune valeur intrinsèque. On vérifie aisément que ces hypothèses entraînent que l'ensemble $\zeta(s_1)$ est non vide si et seulement si *tous* les prix sont positifs. En particulier, tout équilibre temporaire concurrentiel, s'il en existe, devra comporter un prix positif pour la monnaie.

Supposons qu'il y a m consommateurs dans cette économie, $i = 1, \dots, m$, chacun d'entre eux satisfaisant aux hypothèses ci-dessus. On peut définir pour chacun une correspondance de demande excédentaire ζ^i définie sur l'intérieur de Δ^l, et par suite une correspondance de demande excédentaire globale par $\zeta = \sum_{i=1}^{m} \zeta^i$. Considérons maintenant l'autre agent de cette économie, la banque centrale. Sa fonction est de choisir une action $a = (x, b) \in R^l$ qui décrit son *offre nette* de tous les biens et actifs. Ses opérations sont par hypothèses réduites à des achats ou des ventes de rentes perpétuelles. Par conséquent, pour chaque $s_1 \in S_1$, l'ensemble des actions possibles pour la banque est $\beta(s_1) = \{a \in R^l \mid x = 0,\ q_1 \cdot b = 0\}$.

Le comportement de la banque est décrit par sa *politique monétaire* au cours de la période, c'est-à-dire par une relation η qui fait correspondre à chaque système de prix s_1 un sous-ensemble (qui peut être vide) $\eta(s_1)$ de $\beta(s_1)$. Je me concentrerai dans ce qui suit sur le cas où la banque désire fixer le taux d'intérêt des rentes perpétuelles. Si le prix des actifs est $q_1 \gg 0$, ce taux d'intérêt r est par définition l'inverse du prix monétaire des rentes perpétuelles, soit q_{11}/q_{12}. Par conséquent, si la banque désire fixer ce taux à un niveau $r \geqq 0$, sa politique η_r est donnée par :

$$\begin{aligned} \eta_r(s_1) &= \beta(s_1), \quad \text{si } rq_{12} = q_{11} ; \\ &= \text{l'ensemble vide, sinon} \end{aligned}$$

Un équilibre temporaire concurrentiel associé à la politique η est défini comme un système de prix s_1 dans S_1 tel que 0 soit un élément de $\zeta(s_1) - \eta(s_1)$. Le résultat suivant exprime le fait que dans ce modèle, la banque peut fixer le taux d'intérêt sur les rentes perpétuelles à n'importe quel niveau positif. Pour une démonstration, le lecteur pourra se reporter à Grandmont et Laroque (1976 *a*) qui peut être adapté aisément.

(1) *Si* $\sum_{i=1}^{m} (e^i_1, b^i_0) > 0$, *alors, pour tout* $r > 0$, *l'ensemble des prix d'équilibre associés à la politique* η_r *est un sous-ensemble non vide de l'intérieur de* Δ^l.

Ce résultat implique en particulier que pour chaque taux d'intérêt positif, tout système de prix d'équilibre associé comporte un prix positif pour la monnaie. Comme je l'ai déjà remarqué, ceci est lié au fait que les consommateurs prévoient un prix positif pour la monnaie dans le futur avec une probabilité positive. Si on élimine cette hypothèse, il est toujours possible de démontrer l'existence d'un équilibre, mais celui-ci pourrait comporter un prix nul pour la monnaie. Ce serait le cas manifestement si tous les consommateurs prévoyaient un prix nul pour la monnaie avec probabilité un, quel que soit le système de prix courant. On peut imaginer d'autres exemples moins rudimentaires, comme dans le cas où les consommateurs prévoient avec certitude que les prix futurs (p_2, q_2) seront égaux aux prix courants (p_1, q_1) (voir Grandmont, 1974, pour un tel exemple dans le cas d'une économie d'échanges avec de la monnaie externe).

Ce modèle me permet de discuter sur des bases précises la validité de la *Théorie quantitative* de la monnaie, telle qu'elle est présentée par Patinkin (1965). Afin de procéder à cette discussion, il est commode de changer la règle de normalisation des prix et de travailler avec des prix monétaires : pour tout s_1 tel que le prix de la monnaie q_{11} est positif, le système de prix monétaires s^*_1 est obtenu en divisant s_1 par q_{11}. Supposons maintenant que la banque fixe le taux d'intérêt des rentes à un niveau positif r, et soit $s_1 = (p^*_1, q^*_1)$ un système de prix monétaires d'équilibre associé. Ce dernier dépend évidemment des caractéristiques de l'économie à la date 1, en particulier des stocks d'actifs des consommateurs (b^i_0). Considérons une autre économie à la même date qui est identique à la première, sauf que les stocks d'actifs sont multipliés par un nombre positif λ, $\bar{b}^i_0 = \lambda b^i_0$ pour tout i. Patinkin prétend que si la banque fixe le taux d'intérêt à la même valeur que précédemment, alors le système de prix monétaires $(\lambda p^*_1, q^*_1)$ sera un équilibre de la nouvelle économie.

A cet équilibre, tous les agents auraient la même consommation, et ils voudraient détenir un stock d'actifs multiplié par λ. Il est facile de vérifier que cette propriété n'est en général pas vraie, à moins que l'élasticité des anticipations des agents ne soit *unitaire*, c'est-à-dire que les prix monétaires anticipés des biens de consommation soient multipliés par λ lorsque les prix monétaires courants de ces mêmes biens sont eux-mêmes multipliés par λ, à taux d'intérêt constant. Une autre façon d'aborder le même problème est d'étudier les préférences des agents. J'ai montré dans la section 1,2. comment la demande excédentaire d'un agent $\zeta^i(s^*_1)$ pouvait être conçue comme le résultat de la maximisation, sur l'ensemble $\beta_1(s^*_1)$, des préférences de l'agent sur les actions, celles-ci étant représentées par une espérance d'utilité $v^i(a_1, s^*_1)$. La Théorie quantitative présentée par Patinkin revient à postuler une propriété d'homogénéité (de degré quelconque) de cette fonction v^i par rapport au stock d'actifs et aux prix monétaires des biens de consommation, c'est-à-dire,

$$v^i(x_1, \lambda b_1, \lambda p^*_1, q^*_1) = \lambda^a v^i(x_1, b_1, p^*_1, q^*_1)$$

pour tout λ positif. Ici encore, cette propriété n'est en général pas vraie si l'élasticité des prévisions de prix est différente de l'unité. Cette dernière condition paraît donc essentielle pour la validité de la Théorie quantitative de la monnaie présentée par Patinkin. Or il est facile de voir que cette condition est incompatible avec l'hypothèse que j'ai été amené à faire pour garantir un prix d'équilibre positif pour la monnaie, à savoir que tous les agents prévoient un prix positif pour la monnaie avec une probabilité positive, quel que soit le système de prix courants. Par conséquent, dans le cadre de ce modèle, ou bien on suppose une élasticité des prévisions de prix monétaires des biens de consommation égale à l'unité, et le prix d'équilibre de la monnaie peut être nul, auquel cas la Théorie quantitative présentée par Patinkin a des fondements peu solides. Ou bien on suppose que les agents prévoient un prix positif pour la monnaie quels que soient les prix courants, et cette version de la Théorie quantitative n'est en général pas vraie. Ceci n'exclut évidemment pas la possibilité de construire un modèle garantissant un prix d'équilibre positif pour la monnaie qui soit compatible avec une élasticité des prévisions de prix égale à l'unité (voir à ce sujet le modèle de Hool, 1974 *c*). Il n'en reste pas moins que cette dernière condition implique une très grande sensibilité des prévisions par rapport aux prix courants, qui paraît peu acceptable si l'on se rappelle que ces prévisions

dépendent non seulement des prix courants, mais également de tous les prix observés dans le passé.

Puisque le modèle étudié dans cette section a certains traits keynésiens, il convient de se demander s'il n'est pas possible d'exhiber une *trappe à monnaie* dans ce modèle. La trappe à monnaie est souvent conçue comme une propriété de la demande globale de monnaie : celle-ci tendrait vers l'infini lorsque le taux d'intérêt sur les rentes tend vers zéro ou vers une valeur petite mais positive. Il est possible de montrer qu'un tel phénomène apparaît dans certains cas lorsque le taux sur les rentes tend vers zéro. Considérons une suite de système de prix s^k_1 dans l'intérieur de Δ^l qui converge vers $s_1 \in \Delta^l$. La suite de taux d'intérêt r^k qui lui est associée est définie par q^k_{11}/q^k_{12}. Au vu de la contrainte budgétaire s'imposant à tous les consommateurs, si l'on désire que la demande globale de monnaie tende vers $+\infty$ lorsque s^k_1 tend vers s_1, il est certainement nécessaire de supposer que $q_{11} = 0$. On peut alors montrer que la suite $|\zeta(s^k_1)|$ tend vers l'infini. Par conséquent, on est sûr que la demande de monnaie tend vers l'infini lorsque le prix limite $s_1 = (p_1, q_1)$ satisfait à $p_1 > 0$, $q_{11} = 0$ et $q_{12} > 0$ (les composantes de la demande globale autres que la monnaie sont alors bornées du fait de la contrainte budgétaire de chaque consommateur). En particulier, une trappe à monnaie existe lorsque les prix monétaires des biens de consommation et celui des rentes $1/r^k$ tendent vers l'infini à la même vitesse. Mais on ne peut plus affirmer l'existence de ce phénomène dès lors que $p_{1h} = 0$ pour un $h = 1, \ldots, n$, ou $q_{12} = 0$. Ce serait en particulier le cas si les prix monétaires des biens de consommation restaient finis quand r^k tend vers zéro. A la vérité, il est facile d'imaginer des exemples dans ce cas tels que la demande globale de monnaie reste nulle le long de la suite s^k_1 (Grandmont et Laroque, 1976 *a*).

Par conséquent, si on interprète la trappe à monnaie comme une propriété de la demande globale de monnaie, on trouve que ce phénomène se produit dans certains cas, mais pas dans d'autres. Il existe cependant une autre interprétation du concept de trappe à monnaie proposée par Patinkin (1965) qui permet d'en affirmer l'existence sans ambiguïté dans le modèle ci-dessus. Pour chaque taux d'intérêt r sur les rentes, (1) garantit l'existence d'un ensemble de prix d'équilibre temporaire. Soit $\mu(r)$ l'ensemble des stocks totaux de monnaie détenus par les consommateurs à ces équilibres. Patinkin suggéra de concevoir la trappe à monnaie comme une propriété de la relation μ. En vérité (voir Grandmont et Laroque, 1976 *a*, qu'on peut facilement adapter) :

(2) *Soit r^k une suite de taux d'intérêt positifs tendant vers zéro. Sous les hypothèses de* (1), *si* $M^k \varepsilon \mu(r^k)$ *est une suite associée de stocks totaux de monnaie d'équilibre, alors* $\lim M^k = +\infty$.

Il faut remarquer que ce phénomène ne peut se produire dans ce modèle que pour des taux d'intérêt tendant vers zéro, puisque d'après (1), la banque peut fixer ce taux à un niveau aussi bas qu'elle le désire. Si on poursuit une suggestion faite par Younès (1972 *b*), il est possible de modifier le modèle ci-dessus de façon à permettre au phénomène de se produire à un taux positif. Supposons que les consommateurs peuvent maintenant emprunter à la date 1 en émettant des rentes perpétuelles, c'est-à-dire, b_{12} peut être négatif. Il peut être alors profitable pour un consommateur de s'engager dans des opérations d'arbitrage sur le marché des rentes en émettant des rentes et en gardant tout ou partie du produit de cette vente sous forme de monnaie. En particulier, si un consommateur pense que le taux d'intérêt r_2 en deuxième période sera supérieur avec probabilité 1 à une valeur $\bar{r}_2 > 0$ qui est indépendante du système de prix courant, il désirera vendre une quantité illimitée de rentes si le taux d'intérêt en période 1 est suffisamment bas. Dans ce cas, la banque ne pourrait pas abaisser le taux d'intérêt sur les rentes à la date 1 au-dessous d'une certaine valeur positive $\bar{r}_1$, et ceci entraînerait l'apparition d'une trappe à monnaie, au sens de (2), lorsque r_1 tend vers $\bar{r}_1$ par valeurs supérieures. Younès (1972 *b*) a étudié un problème analogue dans le cadre d'un modèle comportant plusieurs périodes, mais sans banque. Il ne devrait pas être difficile de préciser l'argument que j'ai esquissé ici en utilisant les techniques de Green, telles que je les ai présentées dans la section 2,2.

L'exemple développé dans cette section démontre la puissance de la méthode de l'équilibre temporaire pour étudier certaines questions de théorie monétaire. Les progrès réalisés jusqu'ici ont été faits en étudiant des modèles simples comportant habituellement des agents ayant un horizon limité à la période suivante, quelques actifs financiers et une banque centrale. Il serait utile d'inclure des horizons moins limités, une plus grande variété d'actifs financiers, et des institutions financières telles que des banques commerciales. On pourra alors espérer étudier de façon précise des questions monétaires telles que la structure des taux d'intérêt ou la régulation de l'offre de monnaie par une banque centrale en présence de banques commerciales. Cette approche devrait être utile également pour étudier certains problèmes de théorie monétaire internationale (voir Grandmont et Kirman, 1973, pour un premier pas). Enfin, il faudrait étudier avec plus de précision le rôle de la monnaie comme moyen d'échanges dans les modèles d'équilibre temporaire. Les seules tentatives effectuées dans cette direction l'ont été par Grandmont et Younès (1972, 1973) et par Hool (1974 *a*, 1974 *b*, 1974 *c*), en introduisant une contrainte *ad hoc* sur les transactions du type de celle de Clower (1967), disant que la valeur des achats d'un agent au cours d'une période ne peut excéder son stock de monnaie initial plus un pourcentage fixe de la valeur de ses ventes au cours de la même période. Ces modèles permettent d'étudier l'interaction entre les fonctions de la monnaie en tant que réserve de valeur et moyen d'échange et, en particulier, de reformuler de manière précise la Théorie des encaisses optimales comme dans Friedman (1969), Grandmont et Younès (1973). Hool (1974 *c*) a montré qu'il était possible de garantir l'existence d'un équilibre comportant un prix positif de la monnaie au moyen d'hypothèses compatibles avec une élasticité unitaire des prévisions de prix. Tout ceci montre le besoin de travaux plus élaborés sur le rôle de la monnaie comme moyen d'échanges en utilisant des concepts moins rudimentaires, par exemple des technologies de transaction comme dans Hahn (1969, 1973 *a*), Kurz (1974) et Starrett (1973).

3. EQUILIBRE TEMPORAIRE ET RATIONNEMENT QUANTITATIF

La méthode de l'équilibre temporaire concurrentiel postule qu'à chaque période les prix sont assez flexibles pour réaliser l'équilibre de l'offre et de la demande au sens classique. Bien que cette approche permette d'étudier en principe certains phénomènes tels que la spéculation sur les marchés de capitaux, certains aspects de la théorie monétaire, les marchés boursiers, qui n'étaient pas pris en compte par la théorie traditionnelle de l'équilibre général, elle ne permet pas l'étude de phénomènes de « déséquilibre » tels que le sous-emploi keynésien. A la suite des travaux de Clower (1965), Hicks (1965), Leijonhufvud (1968), Patinkin (1965), l'intérêt des chercheurs s'est récemment porté sur des modèles de « non-tâtonnement » (Hahn et Negishi, 1962), qui permettent des échanges à des prix ne réalisant pas l'équilibre de l'offre et de la demande au sens classique et qui, par conséquent, fournissent une base microéconomique saine pour analyser formellement les phénomènes de « déséquilibre ». La structure des récents modèles d'équilibre général de ce type est assez simple (Benassy, 1973, 1974, 1975 *a*, 1975 *b* ; Drèze, 1975 ; Grandmont et Laroque, 1976 *b* ; Younès, 1970, 1975). Au début de chaque période, les prix sont affichés par des agents appartenant au système économique, disons par les vendeurs, au vu de leurs observations passées et de leurs anticipations concernant l'état de l'économie dans les périodes actuelle et futures. Une fois que ces prix sont affichés, ils ne peuvent être modifiés au cours de la période. A ces prix, les demandes et les offres exprimées *ex ante* par les agents peuvent être incompatibles. Dans ce cas, l'équilibre *ex post* au cours de la période est obtenu au moyen de rationnements quantitatifs. Une fois cet équilibre établi, les échanges ont lieu, et les prix peuvent être alors révisés au début de la période suivante, au vu de l'information engendrée par les échanges de la période courante.

Il s'avère que ces modèles sont d'excellents outils pour analyser certaines questions qui étaient traditionnellement du domaine exclusif de la théorie macroéconomique. En particulier, il est possible d'obtenir un équilibre temporaire comportant un excès d'offre tant sur le marché du produit des entreprises que sur celui du travail (sous-emploi de type keynésien). Mais ces modèles sont capables d'engendrer aussi bien d'autres situations, où par exemple, il existe à la fois un excès de demande pour le produit des entreprises et un excès d'offre sur le marché du travail (stagflation) (Barro et Grossman, 1971 ; Benassy, 1973 ; Grandmont et Laroque, 1976 *b* ; Negishi, 1974 ; Malinvaud et Younès, 1975).

Dans la suite, je me consacrerai à la discussion des deux modèles de base couramment utilisés dans ce domaine (Drèze, 1975, et Benassy, 1973). Pour des exemples appliquant ces modèles à l'étude de quelques questions de théorie macroéconomique, le lecteur pourra se reporter à la littérature citée ci-dessus, ainsi qu'à l'excellente monographie de Malinvaud sur le sujet (1976).

3. 1. Equilibre de marché avec rationnement quantitatif

Considérons une économie à une date donnée. Il y a $l+1$ biens à échanger, $h = 0, 1, \ldots, l$, le bien 0 étant de la monnaie. Les prix affichés en début de période sont décrits par un vecteur p dans l'intérieur du simplexe Δ^{l+1} de R_+^{l+1}. Il y a m agents, $i = 1, \ldots, m$. L'ensemble des échanges nets possibles pour l'agent i est représenté par Z^i, un sous-ensemble de R^{l+1}. La transaction finale z de l'agent i doit appartenir à Z^i et satisfaire à la contrainte budgétaire $p \cdot z = 0$.

En sus du système de prix, un agent perçoit dans le cas de chaque bien h autre que la monnaie des contraintes quantitatives $\underline{z}^i_h \leqq 0$ et $\bar{z}^i_h \geqq 0$ imposant des bornes inférieure et supérieure au montant qu'il peut échanger. Une hypothèse importante du modèle est qu'aucune contrainte n'est perçue dans le cas du bien 0. Une raison de faire cette hypothèse est d'éviter des équilibres ne comportant aucun échange ainsi que nous le verrons plus loin. Une *interprétation particulière* du modèle est qu'il y a l marchés séparés, un pour chaque bien h autre que la monnaie, où les agents peuvent échanger du bien h contre de la monnaie aux prix existants. Bien que ces marchés soient séparés, les agents échangent simultanément sur tous à la fois. Pour chaque $h \neq 0$, soit $t(h)$ la transaction élémentaire décrivant un échange d'une unité de bien h contre (p_h/p_0) unités de monnaie : $t(h)$ est un vecteur de R^{l+1} satisfaisant à $t_0(h) = -(p_h/p_0)$, $t_h(h) = 1$ et $t_k(h) = 0$ pour $k \neq 0, h$. Alors chaque transaction telle que $p \cdot z = 0$ peut être écrite $z = \sum_{h=1}^{l} z_h t(h)$, et réciproquement. Dans cette interprétation, on peut concevoir z_h comme l'intensité de la transaction de bien h contre de la monnaie, et les contraintes $\underline{z}^i_h$ et $\bar{z}^i_h$ peuvent être interprétées comme des contraintes sur ces intensités. Le bien 0 joue alors le rôle d'un moyen d'échange comme les dépôts à vue, et on peut imaginer que les paiements sur chaque marché sont faits au moyen de chèques ou d'une carte de crédit. L'encaisse monétaire finale d'un agent doit alors satisfaire certaines contraintes données *a priori* décrites par la donnée de l'ensemble réalisable Z^i. Bien que cette interprétation particulière soit suggestive et contienne vraisemblablement une part importante de vérité, elle n'est pas rigoureusement nécessaire aux modèles que je vais décrire. Le choix d'un bien particulier pour lequel aucune contrainte n'est perçue, cependant, influence de façon évidente l'allocation qui sera obtenue en définitive.

Je présente en premier lieu le modèle de Drèze (1975). Soit $s^i = (p, \underline{z}^i, \bar{z}^i)$ le signal perçu par l'agent i, où $\underline{z}^i \in R^l_-$ et $\bar{z}^i \in R^l_+$. Etant donné ce signal, chaque agent exprime sa demande excédentaire contrainte, décrite par un sous-ensemble $\zeta(s^i)$ de Z^i. Celle-ci sera en général le résultat de la maximisation des préférences de l'agent sur l'ensemble des échanges nets $z \in Z^i$ satisfaisant à la contrainte budgétaire $p \cdot z = 0$ et aux contraintes quantitatives $\underline{z}^i_h \leqq z_h$

$\leqq \bar{z}^i_h$, $h \neq 0$. Elle aura donc en général la propriété : pour chaque bien $h \neq 0$ et chaque z dans $\zeta(s^i)$, alors $z_h \leqq 0$ lorsque $\bar{z}^i_h = 0$ et $z \geqq 0$ lorsque $\underline{z}^i_h = 0$. Finalement, les préférences de l'agent seront décrites par une espérance d'utilité $v^i(z, s^i)$ dérivée par une technique de programmation dynamique comme dans la section 1. Elle dépend en général du signal perçu par son influence sur les anticipations de l'agent.

Un *équilibre avec rationnement quantitatif* est un ensemble de signaux $s = (s^i)$ et d'échanges nets $z^i \in \zeta^i(s^i)$ tels que :

(α) $\sum_{i=1}^{m} z^i = 0$

β) pour chaque $h \neq 0$, $z^i_h = \bar{z}^i_h$ pour un i entraîne $z^j_h > \underline{z}^j_h$ pour tout $j \neq i$;

et $z^i_h = \underline{z}^i_h$ pour un i entraîne $z^j_h < \bar{z}^j_h$ pour tout $j \neq i$.

Cette dernière condition veut dire que seul un côté du marché pour le bien h peut être contraint, et est très naturelle. Il faut remarquer que l'allocation ne comportant aucun échange ($z^i = 0$) satisferait toujours ces conditions si j'avais permis des contraintes $\underline{z}^i_0$ et $\bar{z}^i_0$ sur le bien 0 : il suffirait de poser $\bar{z}^i_0 = 0$ et $\bar{z}^i_h = 0$ pour tout h et tout i. C'est une des raisons pour supposer l'absence de telles contraintes.

A un équilibre de Drèze, un agent est contraint sur le marché h si on peut améliorer sa situation en relâchant les contraintes quantitatives associées à ce bien, c'est-à-dire s'il existe z dans l'ensemble $\gamma^i_h = \{z \in Z^i \mid p \cdot z = 0$ et $\underline{z}^i_k \leqq z_k \leqq \bar{z}^i_k$, $k \neq 0, h\}$ tel que $v^i(z, s^i) > v^i(z^i, s^i)$. Alors la condition β entraîne que tous les agents qui sont contraints sur le marché h appartiennent au même côté du marché, c'est-à-dire que leurs échanges finals ont le même signe. S'ils sont tous non négatifs, par exemple, alors tous ces agents voudraient acheter plus du bien h qu'ils ne le font : il y a une demande excédentaire pour ce bien.

LEMME 1. *Supposons :*

(1) *chaque correspondance ζ^i est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes et satisfait la loi de Walras, $p \cdot z = 0$ pour tout z dans $\zeta^i(s^i)$;*

(2) *pour tout $h \neq 0$ et tout z dans $\zeta^i(s^i)$, on a $z_h \leqq 0$ lorsque $\bar{z}^i_h = 0$ et $z_h \geqq 0$ lorsque $\underline{z}^i_h = 0$;*

(3) *l'ensemble des échanges nets réalisables $\{z \mid z = (z^i) \in \Pi Z^i, \sum_{i=1} z^i = 0\}$ est borné.*

Alors, il existe un équilibre avec rationnement quantitatif.

La démonstration de ce résultat est reportée en annexe. Le type d'ajustement intervenant dans cette économie est clair. Un « commissaire-priseur » annonce des contraintes quantitatives $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$. En réponse à ces contraintes, les agents envoient des ensembles de demandes excédentaires contraintes $\zeta^i(s^i)$. Si le commissaire-priseur enregistre par exemple une demande excédentaire pour un bien, il diminue les bornes supérieures $\bar{z}^i_h$ imposées aux choix des agents. Tout point fixe de ce tâtonnement portant sur les quantités est un équilibre au sens de Drèze.

La définition ci-dessus d'un équilibre ne spécifie pas comment les rationnements sont répartis entre les agents. Par suite, il y aura beaucoup d'équilibres (un continuum en général). Afin d'obtenir une théorie plus spécifique, il est naturel d'imposer un schéma de rationnement particulier. Il est possible de modifier la définition ci-dessus d'un équilibre et la démonstration du Lemme 1 afin de prendre en compte certains schémas de rationnement. Par exemple, un rationnement *uniforme* exige que toutes les contraintes $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$ ne dépendent pas de l'agent (Drèze, 1975). Il est également facile de considérer le cas où le rationnement sur un marché intervient selon un ordre donné *a priori* (*queue*). Je pense en fait que tout principe de rationnement qui peut être décrit indépendamment des demandes excédentaires des agents peut être traité sans problèmes à l'aide du modèle de Drèze. Le cas où le rationnement dépend d'offres d'échanges exprimées par les agents qui pourraient violer les contraintes $\underline{z}^i_h \leqq z_h \leqq \bar{z}^i_h$, $h \neq 0$, comme dans le cas du rationnement proportionnel, ne peut être traité dans le cadre du modèle de Drèze, puisque ce dernier ne considère pas de telles offres d'échanges.

Je vais décrire maintenant un autre modèle d'équilibre avec rationnement, dû à Benassy (1973), qui permet de prendre en compte de tels schémas de rationnement. Son modèle est une généralisation de Barro et Grossman (1971), et de Grossman (1971). Au lieu de supposer, comme Drèze, que les agents envoient au marché leurs demandes contraintes, il postule que ceux-ci envoient des offres d'échanges pouvant violer les contraintes quantitatives qu'ils perçoivent. Ces offres d'échanges déterminent à leur tour les transactions finales des agents au moyen d'un schéma de rationnement. Les agents formulent alors de nouvelles offres. Un équilibre est défini par Benassy comme un point fixe de ce processus dans l'espace des offres d'échanges.

Plus précisément, supposons que l'agent i a envoyé au marché une offre d'échanges $\tilde{z}^i \in R^l$ décrivant sa demande excédentaire pour chaque bien $h \neq 0$. Aucune offre d'échanges n'est faite dans le cas de la monnaie : ceci correspond à l'idée déjà mentionnée que la monnaie est utilisée comme un moyen d'échange. Soit $\tilde{z} \in R^{lm}$ le vecteur de toutes les offres d'échanges faites par les agents. Ces offres peuvent être incompatibles, c'est-à-dire $\sum_{i=1}^{m} \tilde{z}^i$ peut être différent de zéro. Benassy suppose qu'il existe un schéma de rationnement associant à chaque $\tilde{z}$ une transaction *ex post* $z^i_h = F^i_h(\tilde{z})$ pour chaque agent et chaque bien $h \neq 0$. Ce schéma de rationnement doit satisfaire les conditions suivantes pour chaque $z \in R^{lm}$ et chaque $h \neq 0$:

a. $\sum_{i=1}^{m} F^i_h(\tilde{z}) = 0$;

b. $z^i_h \tilde{z}^i_h \geqq 0$ et $| z^i_h | \leqq | \tilde{z}^i_h |$, ce qui signifie que le signe de la transaction d'un agent ne peut être renversé, et que personne ne peut être forcé d'échanger plus qu'il ne le désire ;

c. les agents du côté « court » du marché réalisent leur plan, c'est-à-dire $z^i_h (\sum_{i=1}^{m} \tilde{z}^i_h) \leqq 0$ entraîne $z^i_h = \tilde{z}^i_h$. Cette condition est très proche de (β) de la définition d'un équilibre à la Drèze.

Les transactions finales z^i_h, $h \neq 0$, déterminent la transaction z^i_0 de l'agent en monnaie par $p_0 z^i_0 = - \sum_{h=1}^{l} p_h z^i_h$. Ceci donne un échange *ex post* $z^i \in R^{l+1}$ qui satisfait à $p \cdot z^i = 0$ et est une fonction de z seulement. Remarquons que z^i peut être irréalisable, c'est-à-dire on peut avoir $z^i \in Z^i$. Je reviendrai sur ce point plus tard.

En comparant son offre initiale et sa transaction *ex post*, un agent perçoit des contraintes quantitatives subjectives $\underline{z}^i \in R^l_-$ et $\bar{z}^i \in R^l_+$ sur ses échanges de bien $h \neq 0$, comme dans le modèle de Drèze. Ces contraintes perçues peuvent être également influencées par l'information de l'agent concernant les offres des autres agents. Comme cette information est fonction de $\tilde{z}$ seulement, j'écrirai $\underline{z}^i = \underline{G}^i(\tilde{z}) \leqq 0$ et $\bar{z}^i = \bar{G}^i(\tilde{z}) \geqq 0$. Les fonctions $\underline{G}^i$ et $\bar{G}^i$ sont des données du problème et satisfont par hypothèse, pour tout $h \neq 0$ et $\tilde{z} \in R^{lm}$;

d. $\underline{G}^i_h(\tilde{z}) \leqq z^i_h \leqq \bar{G}^i_h(z)$;

e. $\tilde{z}^i_h > z^i_h$ entraîne $\bar{G}^i_h(\tilde{z}) = z^i_h$, et $z^i_h > \tilde{z}^i_h$ entraîne $\underline{G}^i_h(\tilde{z}) = z^i_h$.

Dans le cas où $\tilde{z}^i_h > z^i_h$, par exemple, z^i_h doit être non négatif d'après la condition *b*. Il est alors naturel de supposer que l'agent perçoit qu'il ne peut acheter plus que z^i_h du bien h. D'autres conditions furent imposées par Benassy, mais je n'en aurai pas besoin dans la suite.

Je décris maintenant l'hypothèse de base du modèle de Benassy. A la suite de Barro et Grossman, il suppose que la demande d'un agent sur un marché $h \neq 0$ est le résultat de la maximisation de ses préférences sans tenir compte des contraintes correspondant à ce bien. Plus précisément, étant donné les signaux reçus par l'agent au cours de la période, qui sont fonction de $\tilde{z}$ seulement, les préférences de l'agent sont représentées par une espérance d'utilité $v^i(z, \tilde{z})$ définie sur Z^i qui peut être dérivée par une technique de programmation dynamique comme dans la section 1. Pour tout $h \neq 0$, considérons la hième composante des échanges nets qui maximisent v^i par rapport à z dans l'ensemble $\gamma^i_h = \{z \in Z^i \mid p \cdot z = 0 \text{ et } \underline{z}^i_k \leqq z_k \leqq \bar{z}^i_k,\ k \neq 0\}$. Ceci donne un sous-ensemble de la droite réelle $\zeta^i_h(\tilde{z})$. L'opération est répétée pour chaque $h \neq 0$ et l'ensemble $\zeta^i(\tilde{z})$ des offres de l'agent i est le produit de tous les $\zeta^i_h(\tilde{z})$. Le produit de tous les $\zeta^i(\tilde{z})$, $i = 1, \ldots, m$, est noté $\zeta(\tilde{z})$. Alors, Benassy définit un équilibre comme un point $\tilde{z}$ dans R^{lm} tel que $\tilde{z} \in \zeta(\tilde{z})$.

LEMME 2. *Supposons :*

(1) *Z^i est fermé, convexe, borné inférieurement et $0 \in Z^i$;*

(2) *les fonctions* F^i_h, $\underline{G}^i$ *et* $\bar{G}^i$ *sont continues ;*

(3) *l'espérance d'utilité* v^i *est continue en* z *et* $\bar{z}$, *et quasi-concave en* z.

Alors, il existe un équilibre au sens de Benassy.

La démonstration de ce résultat est facile. Sous les hypothèses énoncées, la correspondance $\bar{\zeta}$ a des valeurs compactes et convexes, est semi-continue supérieure, et ses valeurs sont contenues dans un sous-ensemble compact, convexe de R^{lm}. La restriction de $\bar{\zeta}$ à cet ensemble possède évidemment un point fixe.

Un équilibre, s'il existe, doit satisfaire certaines conditions. Tout équilibre $\bar{z}$ détermine des contraintes perçues $\underline{z}^i$ et $\bar{z}^i$, et un échange ex post satisfaisant à $p.z^i = 0$. Une exigence naturelle est que z^i soit réalisable, $z^i \in Z^i$, et de plus que z^i maximise v^i par rapport à z dans l'ensemble $\gamma^i = \{z \in Z^i \mid p.z = 0, \underline{z}^i_h \leqq z_h \leqq \bar{z}^i_h, h \neq 0\}$. La définition proposée jusqu'ici ne garantit aucune de ces propriétés. Ceci est dû au fait que les offres des agents sont formulées dans le modèle indépendamment sur chaque marché et sans tenir compte de leurs conséquences (transactions finales). Si ces deux exigences, spécialement la première, n'étaient pas satisfaites, il est vraisemblable que les agents changeraient leur façon de formuler leurs offres d'échanges. Vérifier si ces deux conditions sont satisfaites à l'équilibre constitue donc un test de la cohérence logique du modèle. En fait, ces conditions sont vérifiées lorsque les v^i sont strictement quasi-concaves en z, mais ce peut ne pas être le cas dans le cas contraire.

LEMME 3. *Sous les hypothèses du Lemme 2, et à l'équilibre au sens de Benassy* $\bar{z}$, *les transactions finales* z^i *appartiennent à* Z^i *et maximisent* v^i *par rapport à* z *sur l'ensemble* γ^i *lorsque* v^i *est strictement quasi-concave en* z *pour chaque* i.

L'exemple suivant montre que lorsque les v^i ne sont pas strictement quasi-concaves, z^i peut ne pas appartenir à Z^i. Supposons qu'il y a 3 biens ($l = 2$), 2 agents i et j et que tous les prix sont égaux. Supposons que l'ensemble réalisable de l'agent i est $Z^i = \{z \mid z + w^i \geqq 0\}$ où la dotation de monnaie w^i_0 est telle que $1 \leqq w^i_0 < 2$, et que l'ensemble des échanges qui maximisent ses préférences dans l'ensemble des $z \in Z^i$ tels que $p.z = 0$ contient les deux points $(-1,1,0)$ et $(-1,0,1)$. Supposons que l'autre agent désire précisément vendre une unité de chaque bien 1 et 2. Un « équilibre » possible au sens de Benassy serait une situation où l'agent i offre d'acheter une unité de chaque bien 1 et 2, mais il ne peut pas se le permettre ! Ceci montre que certains équilibres au sens de Benassy peuvent ne pas être acceptables lorsque les v^i ne sont pas strictement quasi-concaves. Cependant, je pense que l'on peut montrer que sous les hypothèses du Lemme 2 il existe au moins un équilibre au sens de Benassy tel que $z^i \in Z^i$ et z^i maximise v^i sur γ^i (on peut approximer chaque v^i par une suite de fonctions qui sont strictement quasi-concaves en z, appliquer le Lemme 2 pour chaque élément de cette suite et passer à la limite).

Le trait le plus intéressant du modèle de Benassy est le fait qu'il peut prendre en compte des schémas de rationnement généraux, ce dont le modèle de Drèze est incapable au moins dans sa formulation présente. Le point faible est bien sûr la façon dont les agents expriment leurs offres d'échanges, qui n'est justifiée par aucune théorie satisfaisante. Ces offres sont faites indépendamment sur chaque marché sans qu'il soit tenu compte de leurs conséquences sur les transactions finales. J'ai déjà mentionné que ceci peut conduire à des incohérences dans certains cas. En tout cas, puisque les offres d'échanges d'un agent $\tilde{z}^i$ ne peuvent en général pas être financées simultanément, elles ne peuvent pas être utilisées comme une mesure fiable de la taille du déséquilibre, ainsi que cela est trop souvent fait dans certaines études de la dynamique de tels modèles. Ces remarques font apparaître le besoin d'une théorie plus satisfaisante expliquant la façon dont les agents formulent leurs offres d'échanges en présence de contraintes quantitatives sur leurs transactions.

Une telle théorie devrait clarifier les raisons pour lesquelles les agents exprimeraient des offres d'échanges violant les contraintes perçues $\underline{z}^i_h \leqq z_h \leqq \bar{z}^i_h$, $h \neq 0$. La seule raison que je trouve valable est que les agents ont une information au moins partielle concernant le processus de rationnement et qu'ils essaient d'influencer le résultat final en variant leurs offres ou demandes. Dans le cas de schémas de rationnement non manipulables, comme le rationnement uniforme ou la queue, les agents n'ont pas d'incitation à agir ainsi et le modèle de Drèze paraît satisfaisant. A ma connaissance, une formulation précise de ces problèmes n'a pas encore été faite.

On se trouve apparemment devant le dilemme suivant : le modèle de Drèze ne contient aucun échange d'information parmi les agents concernant la taille des déséquilibres. Dans le modèle de Benassy, un tel échange d'information existe sous la forme d'offres d'échanges $\tilde{z}^i$. Mais nous avons vu que ces offres d'échanges ne constituaient pas des mesures fiables de la taille des déséquilibres. Par suite, on peut penser que les agents qui contrôlent les prix, possédant une information insuffisante, ne sauront pas s'ils doivent réviser ceux-ci à la période suivante et de combien. Le problème est important pour toute étude dynamique du modèle, où les changements de prix viennent à jouer. Mais la situation n'est pas aussi mauvaise qu'elle le paraît, car le modèle peut être modifié et appliqué à des situations où existe une information fiable sur la taille du déséquilibre. Tel quel, le concept d'équilibre nous dit qui sont les agents qui sont contraints sur le marché h. On peut supposer que cette information est au moins partiellement disponible pour les agents. Dans ce cas, ceux-ci savent qu'il existe un déséquilibre sur un marché et connaissent le nombre d'agents qui sont contraints sur ce marché. De manière plus importante, les agents ont une information partielle sur la taille du déséquibre dans ces modèles s'ils connaissent les transactions finales des autres agents et si l'on interprète certains marchés comme des marchés à terme. En vérité, dans bien des cas, un acheteur qui ne peut obtenir un bien dans la période courante fera une commande afin d'obtenir le même bien à une date ultérieure, spécifiée ou non. S'il effectue un paiement, ceci peut être interprété comme un contrat à terme d'un type spécial (ou une paire de contrats à terme : un achat à terme du bien par l'acheteur avec paiement complet dans la période courante, et un prêt du vendeur à l'acheteur). Dans ce cas, les vendeurs peuvent connaître la taille de la demande excédentaire pour un bien donné à partir de la taille du montant des achats sur le marché à terme correspondant. D'autres indicateurs pertinents sont le niveau des stocks dans le cas de biens durables, des invendus dans le cas contraire. Dans le cas du marché du travail, où des marchés à terme n'existent en général pas, il est naturel de supposer qu'un agent, le Gouvernement, verse des indemnités de chômage, ce qui engendre de l'information concernant la taille du sous-emploi. A la lumière de cette information, les agents prévoiraient les offres et demandes pour les périodes futures et réviseraient en conséquence les prix qu'ils contrôlent à la période suivante. Ceci semble une manière réaliste de modéliser les flux d'information qui apparaissent réellement dans nos économies. Un projet de recherche difficile mais prometteur serait de construire un modèle dans cet esprit et d'en étudier la dynamique. Je crois qu'un tel modèle pourrait fournir une base microéconomique saine à la théorie macroéconomique.

3, 2. Note bibliographique

Les premières études formelles de l'existence d'un équilibre général avec rationnement quantitatif sont dues à Benassy (1973, 1975*a*), Drèze (1975), Glustoff (1968) et Younès (1970, 1975). La présentation faite dans cette section est une adaptation de Drèze, qui a considéré le cas plus général où les prix monétaires peuvent varier entre certaines bornes, et de Benassy. Younès étudie les propriétés d'efficacité d'un équilibre avec rationnement quantitatif et les relie au rôle de la monnaie dans le processus d'échanges, une question qui a été soulignée par Clower et Leijonhufvud. Ce problème a été analysé en outre par Benassy (1975*b*), Malinvaud et Younès (1974, 1975). Une analyse de ce type d'équilibre au moyen de la théorie des jeux peut être trouvée dans Grandmont, Laroque et Younès (1975).

Ces modèles ont été utilisés afin d'étudier la théorie du sous-emploi keynésien et/ou la fixation monopolistique des prix par Benassy (1973, 1974), Negishi (1974), Iwai (1974*a*, 1974*b*), Grandmont et Laroque (1974). Pour une application systématique de ce type de modèles à l'analyse de la théorie macroéconomique, le lecteur pourra consulter l'ouvrage en préparation de Barro et Grossman, ainsi que la monographie de Malinvaud (1976).

JEAN-MICHEL GRANDMONT

CEPREMAP

ANNEXE

J'ai rassemblé ici les énoncés et les démonstrations des résultats relatifs à « la loi de l'offre et de la demande » (section 2,1.) et à l'existence d'un équilibre avec rationnement au sens de Drèze (Lemme 1 de la section 3,1.), afin de montrer la dualité et l'unité entre ces deux approches.

Equilibre de marché par les prix

LEMME A. *Soit* D *un ouvert convexe du simplexe unitaire de* R^l_+. *Soit* ζ : D $\rightarrow$ R^l *une correspondance semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes satisfaisant à la loi de Walras,* $p \cdot z = 0$ *pour tout* $z \in \zeta(p)$. *Supposons :*

(B) *Pour toute suite p^k dans D tendant vers un point de la frontière de D, et toute suite $z^k \varepsilon \zeta(p^k)$, il existe $\bar{p}$ dans D tel que $p \,.\, z^k > 0$ pour une infinité de k.*

Alors, il existe p^* dans D tel que $0 \varepsilon \zeta(p^*)$.

La démonstration de ce lemme est une modification marginale de Debreu (1959). Soit une suite croissante de sous-ensembles compacts convexes D^k de D telle que D est contenu dans l'union des D^k. Pour chaque k, il existe un ensemble compact et convexe Z^k contenant $\zeta(p)$ pour tout p dans D^k. Pour chaque z dans Z^k, soit $\mu^k(z)$ l'ensemble des éléments de D^k qui maximisent $p \,.\, z$. A chaque paire (p, z) de $D^k \times Z^k$, on associe l'ensemble $\mu^k(z) \times \zeta(p)$. Cette correspondance a un point fixe. C'est-à-dire, il existe p^k dans D^k et $z^k \varepsilon \zeta(p^k)$ tels que :

$$0 = p^k \,.\, z^k \geqq p \,.\, z^k, \text{ pour tout } p \text{ dans } D^k.$$

La suite p^k ne peut avoir de point d'accumulation dans la frontière de D, sinon on pourrait contredire (B). Par suite, il existe une sous-suite (même notation) telle que p^k converge vers $p^* \varepsilon D$ et telle que z^k tend vers $z^* \varepsilon \zeta(p^*)$. Par continuité, $p \,.\, z^* \leqq 0$ pour tout p dans D. Comme D est ouvert, ceci entraîne $z^* = 0$, ce qui complète la démonstration.

Equilibre de marché par rationnement quantitatif

Je reproduis tout d'abord l'énoncé du Lemme 1 de la Section 3.1.

Lemme B. *Supposons :*

(1) *Chaque correspondance ζ^i est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes, et satisfait à la loi de Walras, $p \,.\, z = 0$ pour tout z dans $\zeta^i(s^i)$;*

(2) *pour chaque $h \neq 0$, et tout z dans $\zeta^i(s^i)$, alors $\bar{z}^i_h = 0$ entraîne $z_h \leqq 0$, et $\underline{z}^i_h = 0$ entraîne $z_h \geqq 0$;*

(3) *l'ensemble des états réalisables $\{z \mid z = (Z^i) \varepsilon \Pi Z^i, \sum_{i=1}^{m} z^i = 0\}$ est borné.*

Alors, il existe un équilibre avec rationnement quantitatif.

L'idée centrale de la démonstration est due à Drèze (1975). Soit $\varepsilon > 0$ et soit Q l'ensemble auxiliaire $Q = \{q \varepsilon R^{l+1} \mid q_0 = 1, -\varepsilon \leqq q_h \leqq \varepsilon, h \neq 0\}$. Soit λ un nombre réel assez grand pour que l'on ait $| z^i_h | < \lambda$ pour tout i et tout h, pour toute collection (z^i) dans l'ensemble des états réalisables. Pour chaque i, et tout $h \neq 0$, considérons deux fonctions à valeurs réelles $\underline{z}^i_h(.)$ et $\bar{z}^i_h(.)$ définies sur Q, continues, non décroissantes, satisfaisant à :

$$\underline{z}^i_h(q) = -\lambda \text{ pour } q_h \geqq 0 \text{ et } \underline{z}^i_h(q) = 0 \text{ si } q_h = -\varepsilon;$$

$$\bar{z}^i_h(q) = \lambda \text{ pour } q_h \leqq 0 \text{ et } \bar{z}^i_h(q) = 0 \text{ si } q_h = +\varepsilon.$$

Ceci définit pour tout q dans Q un signal $s^i(q)$, et par suite une correspondance $\zeta : Q \rightarrow R^{l+1}$ par $\zeta(q) = \sum_{i=1}^{m} \zeta^i(s^i(q))$. Il est clair que tout vecteur q de Q tel que $0 \varepsilon \zeta(q)$ détermine un équilibre avec rationnement quantitatif. Réciproquement, tout équilibre de ce type peut être obtenu ainsi par un choix approprié des fonctions $\underline{z}^i_h(.)$ et $\bar{z}^i_h(.)$.

La correspondance ζ est semi continue supérieure, à valeurs compactes et convexes. Par conséquent, il existe un sous-ensemble compact, convexe Z de R^{l+1} contenant $\zeta(q)$ pour tout q. A chaque (q, z) dans $Q \times Z$, on associe l'ensemble $\mu(z) \times \zeta(q)$, où $\mu(z)$ est l'ensemble des éléments q^* de Q qui maximisent $q \,.\, z$. Cette correspondance a un point fixe : il existe $q^* \varepsilon Q$ et $z^* \varepsilon \zeta(q^*)$ tels que $q^* \,.\, z^* \geqq q \,.\, z^*$, pour tout q dans Q. Si pour un $h \neq 0$, on avait $z^*_h > 0$, ceci voudrait dire $q^*_h = +\varepsilon$, par conséquent $\bar{z}^i_h(q^*) = 0$, auquel cas $z^*_h \leqq 0$ d'après l'hypothèse (2). Un raisonnement identique montre qu'on ne peut avoir $z^*_h < 0$ pour un $h \neq 0$. Donc, $z^*_h = 0$ pour tout $h \neq 0$, ce qui entraîne $z^* = 0$ par la loi de Walras. La démonstration est complète.

BIBLIOGRAPHIE

Arrow K. et F.H. Hahn (1971), *General Competitive Analysis*, Holden-Day.

Balch M., D. McFadden et S.W. Yu Eds. (1974), *Essays on Economic Behaviour under Uncertainty*, Contributions to Economic Analysis, North-Holland.

Barro R.J. et H.I. Grossman (1971), « A General Disequilibrium Model of Income and Employment », *American Economic Review*.

Benassy J.P. (1973), « Disequilibrium Theory », Unpublished Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley.

Benassy J.P. (1974), « The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium », CEPREMAP, à paraître dans *Review of Economic Studies.*

Benassy J.P. (1975*a*), « Neo-Keynesian Disequilibrium in a Monetary Economy », *Review of Economic Studies.*

Benassy J.P. (1975*b*), « Disequilibrium Exchange in Barter and Monetary Economies », *Economic Inquiry.*

Bliss C.J. (1974), « Capital Theory in the Short Run », Department of Economics, University of Essex.

Chetty V.K. and D. Dasgupta (1975), « Temporary Competitive Equilibrium in a Large Monetary Economy with Uncertain Technology and Many Planning Periods », Indian Statistical Institute, Delhi Center.

Christiansen D.S. (1974), « Some Aspects of the Theory of Short Run Equilibrium », Unpublished Ph.D. Dissertation, Department of Economics, Stanford University.

CHRISTIANSEN D.S. (1975), « Temporary Equilibrium : A Stochastic Dynamic Programming Approach », Discussion Paper, Department of Economics, University of Rochester.

CHRISTIANSEN D.S. et M. MAJUMDAR (1974), « On Shifting Temporary Equilibrium », Department of Economics, Cornell University.

CLOWER R.W. (1965), « The Keynesian Counterrevolution : A Theoretical Appraisal », *in* Hahn and Brechling (Eds.).

CLOWER R.W. (1967), « A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory », *Western Economic Journal.*

DEBREU G. (1956), « Market Equilibrium », *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.*

DEBREU G. (1959), *Theory of Value*, Wiley and Sons; traduit en français sous le titre *Théorie de la valeur - Analyse axiomatique de l'équilibre économique*, Dunod.

DELBAEN F. (1974), « Continuity of Expected Utility », *in* J. Drèze, Ed., (1974*b*).

DIEWERT W.E. (1972), « Walras' Theory of Capital Formation and the Existence of a Temporary Equilibrium », Institute of Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University.

DRANDAKIS E.M. (1966), « On the Competitive Equilibrium in a Monetary Economy », *International Economic Review.*

DRÈZE J. (1975), « Existence of an Equilibrium under Price Rigidity and Quantity Rationing », *International Economic Review.*

DRÈZE J. (1974*a*), « Investment under Private Ownership : Optimality, Equilibrium and Stability », *in* J. Drèze Ed. (1974*b*).

DRÈZE J., Ed. (1974 *b*), *Allocation under Uncertainty, Equilibrium and Optimality*, McMillan, Proceedings of an I.E.A. Workshop in Economic Theory, Bergen, Norway (1971).

FITZROY F.R. (1973), « A Framework .for Temporary Equilibrium », Alfred Weber Institute, University of Heidelberg.

FRIEDMAN M. (1969), *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Aldine, Chicago.

FUCHS G. (1975), « Asymptotic Stability of Stationary Temporary Equilibria and Changes in Expectations », Laboratoire d'Econométrie, Ecole Polytechnique, Paris.

FUCHS G. et G. LAROQUE (1975), « Dynamics of Temporary Equilibria and Expectations », Laboratoire d'Econométrie, Ecole Polytechnique, Paris.

GALE David (1973), « Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models », *Journal of Economic Theory.*

GALE Douglas (1975*a*), « Rational Expectations and the Rate of Return », Christ's College, Cambridge, England.

GALE Douglas (1975*b*), « Keynesian Equilibrium and the Theory of Income Constrained Processes », Christ's College, Cambridge, England.

GLUSTOFF E. (1968), « On the Existence of a Keynesian Equilibrium », *Review of Economic Studies.*

GRANDMONT J.M. (1970), « On the Temporary Competitive Equilibrium », Unpublished Ph.D. Dissertation, CRMS Working Paper, University of California, Berkeley.

GRANDMONT J.M. (1972), « Continuity Properties of a Von Neumann-Morgenstern Utility », *Journal of Economic Theory.*

GRANDMONT J.M. (1974), « On the Short Run Equilibrium in a Monetary Economy », CEPREMAP, Paris, *in* Drèze (1974*b*).

GRANDMONT J.M. et W. HILDENBRAND (1974), « Stochastic Processes of Temporary Equilibria », *Journal of Mathematical Economics.*

GRANDMONT J.M. et A.P. KIRMAN (1973), « Foreign Exchange Markets : A Temporary Equilibrium Approach », CORE D.P.

GRANDMONT J.M. et G. LAROQUE (1973), « Money in the Pure Consumption Loan Model », *Journal of Economic Theory.*

GRANDMONT J.M. et G. LAROQUE (1975), « On Money and Banking », *Review of Economic Studies.*

GRANDMONT J.M. et G. LAROQUE (1976*a*), « On the Liquidity Trap », *Econometrica.*

GRANDMONT J.M. and G. LAROQUE (1976*b*), « On Keynesian Temporary Equilibria », *Review of Economic Studies.*

GRANDMONT J.M., G. LAROQUE et Y. YOUNÈS (1975), « Disequilibrium Allocations and Recontracting », IMSSS Technical Report, Stanford University.

GRANDMONT J.M. et Y. YOUNÈS (1972), « On the Role of Money and the Existence of a Monetary Equilibrium », *Review of Economic Studies.*

GRANDMONT J.M. et Y. YOUNÈS (1973), « On the Efficiency of a Monetary Equilibrium », *Review of Economic Studies.*

GREEN J.R. (1971), « A Simple General Equilibrium Model of the Term Structure of Interest Rates », Harvard Discussion Paper n° 183.

GREEN J.R. (1973), « Temporary General Equilibrium in a Sequential Trading Model with Spot and Future Transactions », *Econometrica.*

GREEN J.R. (1974), « Preexisting Contacts and Temporary General Equilibrium », *in* Balch, M.D., McFadden and S. Wu, Eds.

GROSSMAN H.I. (1971), « Money, Interest and Prices in Market Disequilibrium », *Journal of Political Economy.*

HAHN F.H. (1965), « On some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy », *in* Hahn and Brechling, Eds. (1965).

HAHN F.H. (1971), « Equilibrium with Transaction Costs », *Econometrica.*

HAHN F.H. (1973*a*), « On Transaction Costs, Inessential Sequence Economies and Money », *Review of Economic Studies.*

HAHN F.H. (1973*b*), *On the Notion of Equilibrium in Economics*, Cambridge University Press.

HAHN F.H. et BRECHLING, Eds. (1965), *The Theory of Interest Rates*, McMillan.

HAHN F.H. et T. NEGISHI (1962), « A Theorem on Non Tâtonnement Stability », *Econometrica.*

HART O.D. (1974), « On the Existence of Equilibrium in a Securities Model », *Journal of Economic Theory.*

HELPMAN E. et J.J. LAFFONT (1975), « On Morel Hazard in General Equilibrium Theory », *Journal of Economic Theory.*

HICKS J. (1939), *Value and Capital*, Clarendon Press, 2nd edition, 1946.

HICKS J. (1965), *Capital and Growth*, Oxford University Press.

HOOL B. (1974*a*), « Money, Financial Assets and General Equilibrium in a Sequential Market Economy », Unpublished Ph.D. Dissertation, Department of Economics, University of California, Berkeley.

HOOL B. (1974*b*), « Temporary Walrasian Equilibrium in a Monetary Economy », Social Systems Research Institute, University of Wisconsin, Madison.

HOOL B. (1974*c*), « Money, Expectations and the Existence of a Temporary Equilibrium », SSRI, University of Wisconsin, Madison. Une version révisée doit paraître dans la *Review of Economic Studies.*

IWAI K. (1974*a*), « Towards Keynesian Microdynamics of Price, Wage, Sales and Employment », Cowles Discussion Paper, Yale University.
IWAI K. (1974*b*), « The Firm in Uncertain Markets and its Price, Wage and Employment Adjustments », *Review of Economic Studies.*
JORDAN J.S. (1975*a*), « The Continuity of Optimal Dynamic Decision Rules », Department of Economics, University of Pennsylvania, Philadelphia.
JORDAN J.S. (1975*b*), « Temporary Competitive Equilibrium and the Existence of Self-Fulfilling Expectations », Department of Economics, University of Pennsylvania, Philadelphia.
KEYNES J.M. (1936), *The General Theory of Money, Interest and Employment.*
KURZ M. (1974), « Equilibrium in a Finite Sequence of Markets with Transaction Cost », *Econometrica.*
LAFFONT J.J. (1975), « Optimism and Experts Versus Adverse Selection in a Competitive Economy », *Journal of Economic Theory.*
LEDYARD J.O. (1974), « On Sequences of Temporary Equilibria », *in* Balch, Mc Fadden and Wu (Eds.).
LEIJONHUFVUD A. (1968), *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes,* Oxford University Press.
MALINVAUD E. (1976), « The Theory of Unemployment Reconsidered », INSEE, Paris, Yrjo Johnsson Lectures à l'Université de Helsinki.
MALINVAUD E. et Y. YOUNÈS (1974), « Une nouvelle formulation générale pour l'étude des fondements microéconomiques de la macroéconomie », INSEE et CEPREMAP, Paris.
MALINVAUD E. et Y. YOUNÈS (1975), « A New Formulation for the Microeconomic Foundations of Macroeconomics », Paper presented at an IEA Conference on the Microeconomics Foundations of Macroeconomics, S'Agaro, Spain, July 1975.
MORISHIMA M. (1964), *Equilibrium, Stability and Growth,* Clarendon Press, Oxford.
NEGISHI T. (1974), « Existence of an Under-Employment Equilibrium », à paraître dans Schwödiauer (Ed.).
PATINKIN D. (1965), *Money, Interest and Prices,* Harper and Row, 2e éd.
POLEMARCHAKIS H. (1975), « On the Existence and Optimality of Temporary Equilibrium for a Monetary Production Economy », miméo, Stanford University.
RADNER R. (1967), « Equilibre des marchés à terme et au comptant en cas d'incertitude », Cahier du Séminaire d'Econométrie, CNRS, Paris.
RADNER R. (1968), « Competitive Equilibrium under Uncertainty », *Econometrica.*
RADNER R. (1970), « Problems in the Theory of Markets under Uncertainty », *American Economic Review.*
RADNER R. (1972), « Existence of Equilibrium of Plans, Prices and Price Expectations in a Sequence of Markets », *Econometrica.*
RADNER R. (1974), « Market Equilibrium under Uncertainty : Concepts and Problems », M.D. Intriligator and D.A. Hendrick (Eds.), *Frontiers of Quantitative Analysis,* Vol. II, North Holland.
SAMUELSON P.A. (1958), « An Exact Consumption Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money », *Journal of Political Economy.*
SCHWÖDIAUER G. (Ed.), *Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory,* Proceedings of a Conference Held in Vienna, July 1974, à paraître.
SONDERMANN D. (1974), « Temporary Competitive Equilibrium under Uncertainty », *in* J. Drèze (Ed.).

STARRETT D. (1973), « Inefficiency and the Demand for Money in a Sequence Economy », *Review of Economic Studies.*
STIGUM B. (1969*a*), « Entrepreneurial Choice over Time under Conditions of Uncertainty », *International Economic Review.*
STIGUM B. (1969*b*), « Competitive Equilibria under Uncertainty », *Quarterly Journal of Economics.*
STIGUM B. (1972), « Resources Allocation under Uncertainty », *International Economic Review.*
STIGUM B. (1974), « Competitive Resource Allocation over Time under Uncertainty », *in* Balch, M., D. McFadden et S. Wu (Eds.).
SVENSSON L.E.O. (1975), « Sequences of Temporary Equilibria, Stationary Point Expectations, and Pareto Efficiency », Mimeo, Stockholm School of Economics.
YOUNÈS Y. (1970), « Sur une notion d'équilibre utilisable dans le cas où les agents économiques ne sont pas assurés de la compatibilité de leurs plans », CEPREMAP, Paris (révisé 1973).
YOUNÈS Y. (1972*a*), « Intérêt et monnaie externe dans une économie d'échanges au comptant en équilibre walrasien de court terme », CEPREMAP, Paris, (version anglaise 1973).
YOUNÈS Y. (1972*b*), « Monnaie et motif de précaution dans une économie d'échanges où les ressources des agents sont aléatoires », CEPREMAP, Paris.
YOUNÈS Y. (1975), « On the Role of Money in the Process of Exchange and the Existence of a Non-Walrasian Equilibrium », *Review of Economic Studies.*